

4) 证明概率  $p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n | \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{nd/2} |\hat{\Sigma}|^{n/2}} (\lambda_1 \dots \lambda_d)^{n/2} \exp\left[-\frac{n}{2}(\lambda_1 + \dots + \lambda_d)\right]$

在  $\lambda_1 = 1 \dots \lambda_d = 1$  时达到最大值。

$$\prod_{i=1}^d \lambda_i^{n/2} \exp\left(-\frac{n}{2}\lambda_i\right)$$

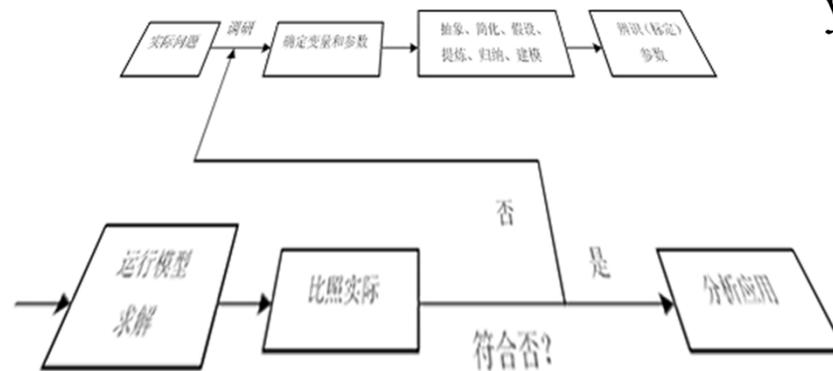
$$(\lambda_i e^{-\lambda_i})^{n/2}$$

# 统计学习基础



姚远

yaoyuan@shu.edu.cn



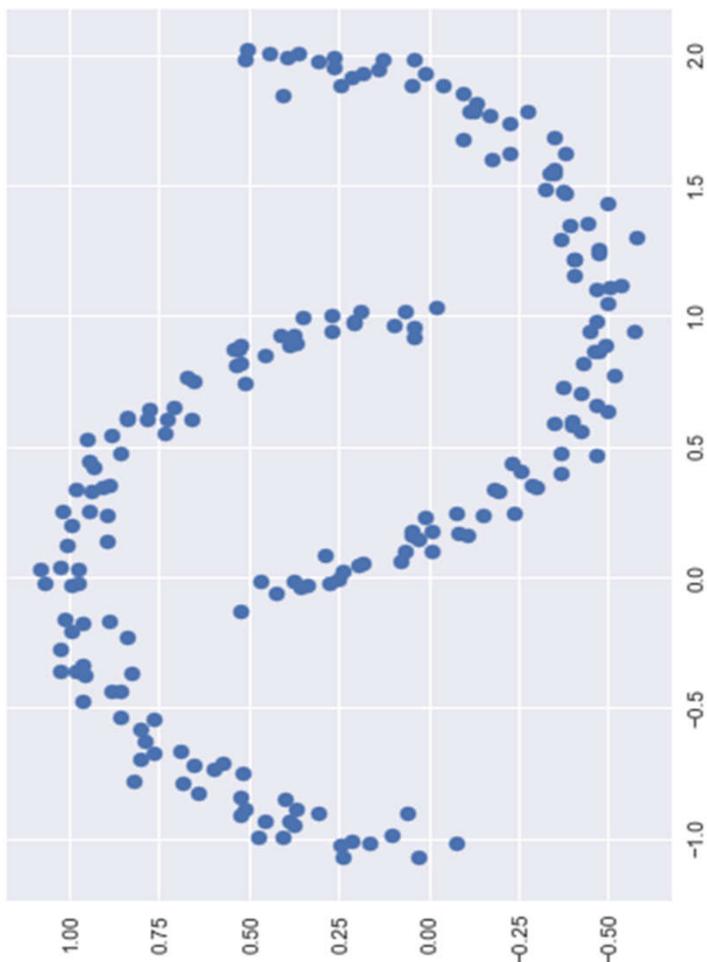
上海大学机自学院

2020/10/22

# 大纲

- 统计学习
- 线性回归方法
- 线性分类方法
- 扩展

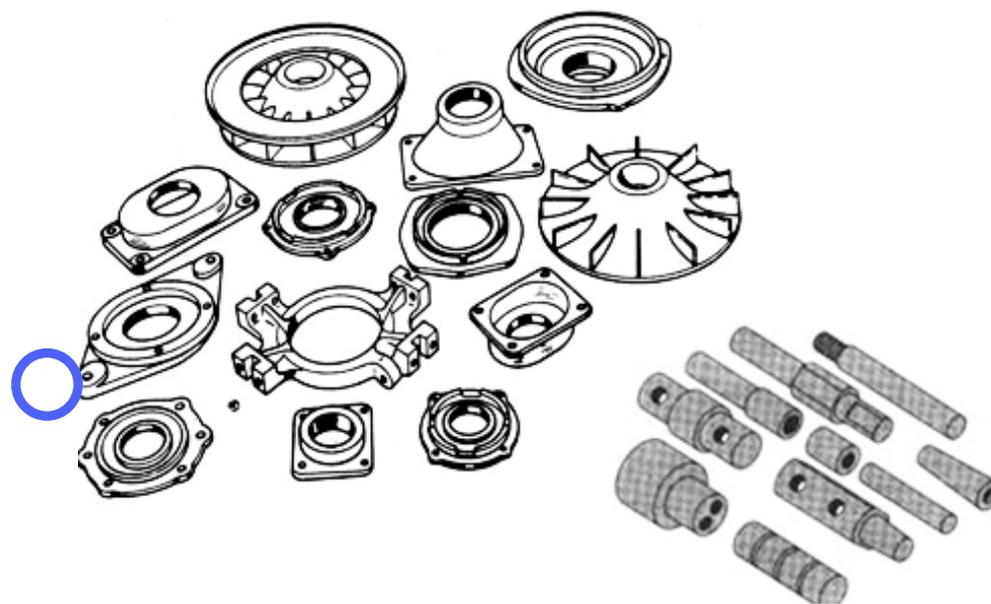
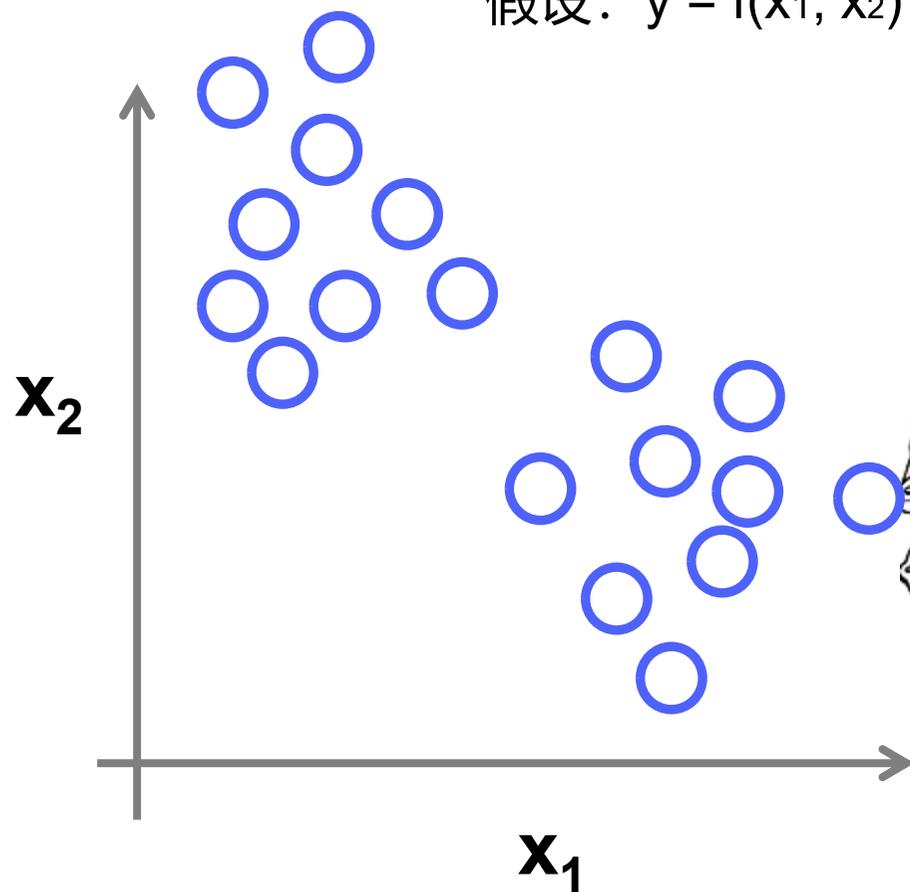
# 回顾: 作业1



- 根据左面图例生成二维点云数据
- 采用K-means方法聚类,  $K=2$
- 完成聚类算法实现, 可采用 matlab/octave/c++/python
- 分别采用曼哈顿距离/欧式距离/马氏距离作为距离评价方法
- 人是否可以很好的分类?

# 统计学习

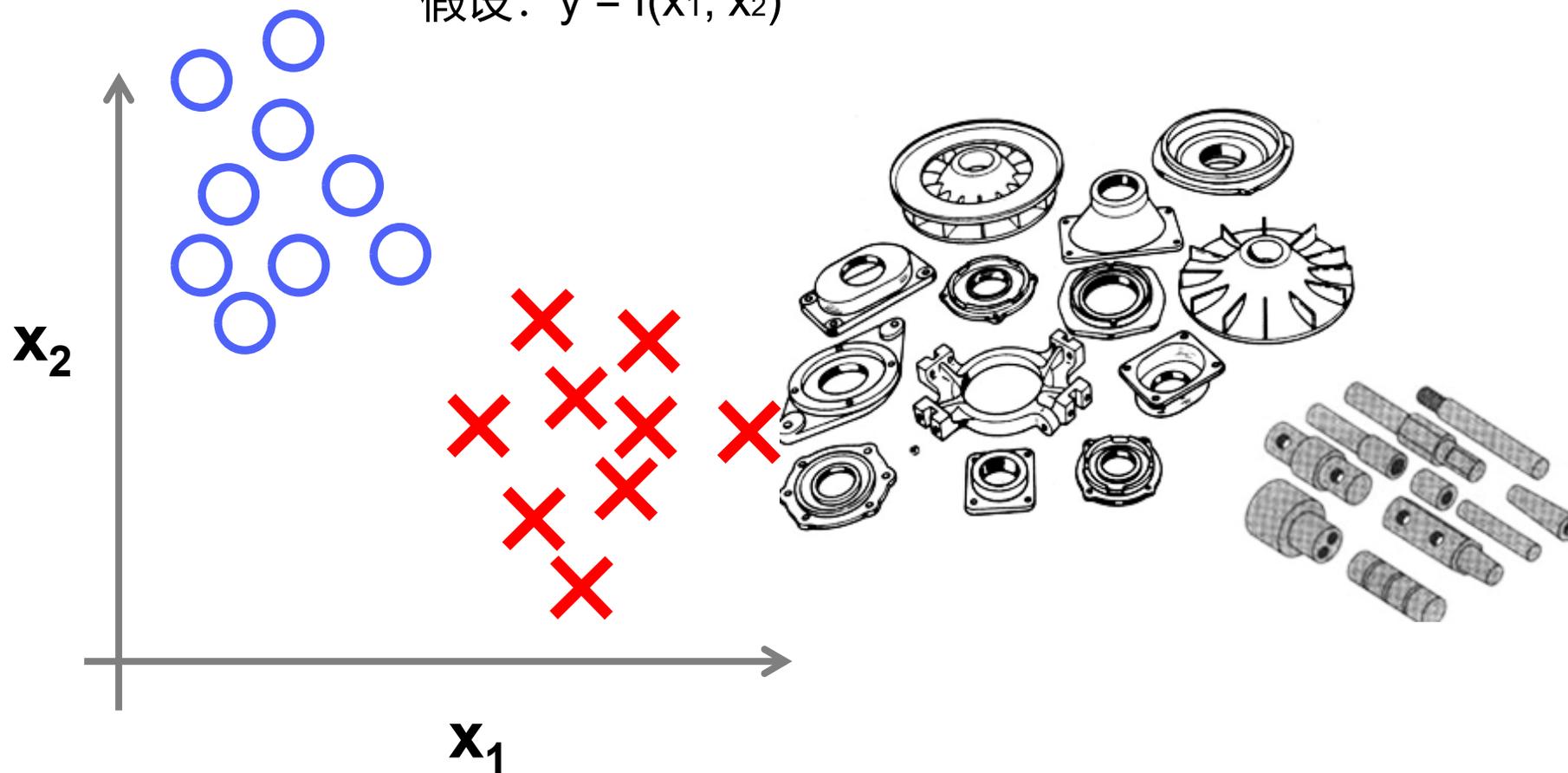
假设:  $y = f(x_1, x_2)$



零件分组

# 统计学习

假设:  $y = f(x_1, x_2)$

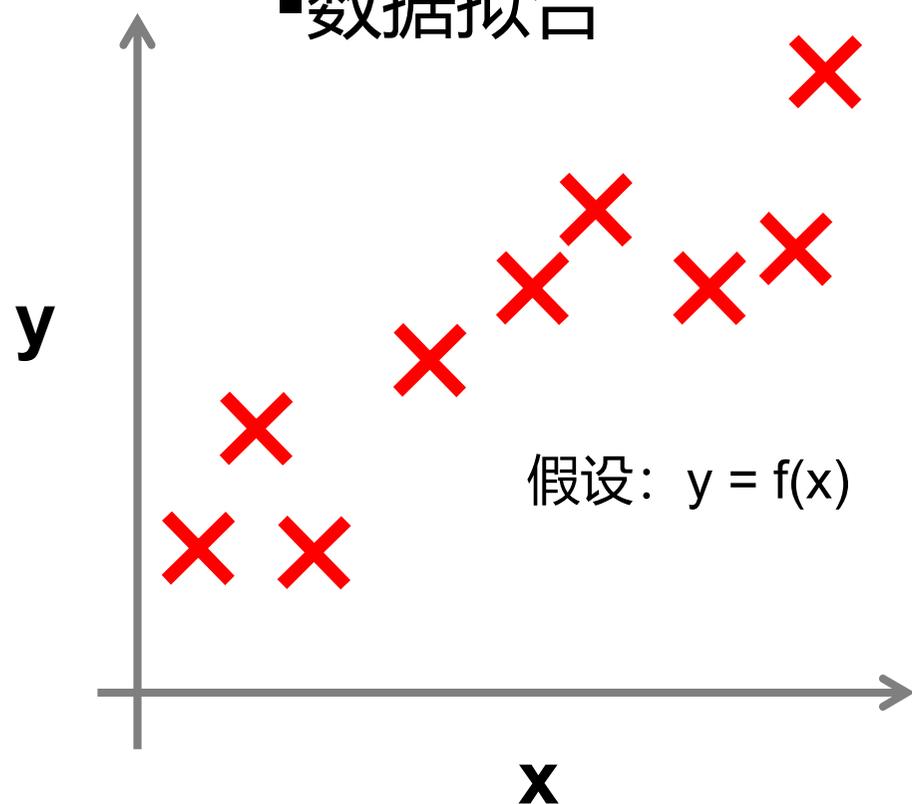


零件分组 (聚类)

# 统计学习

如何找到合适的分割线?

▪ 数据拟合

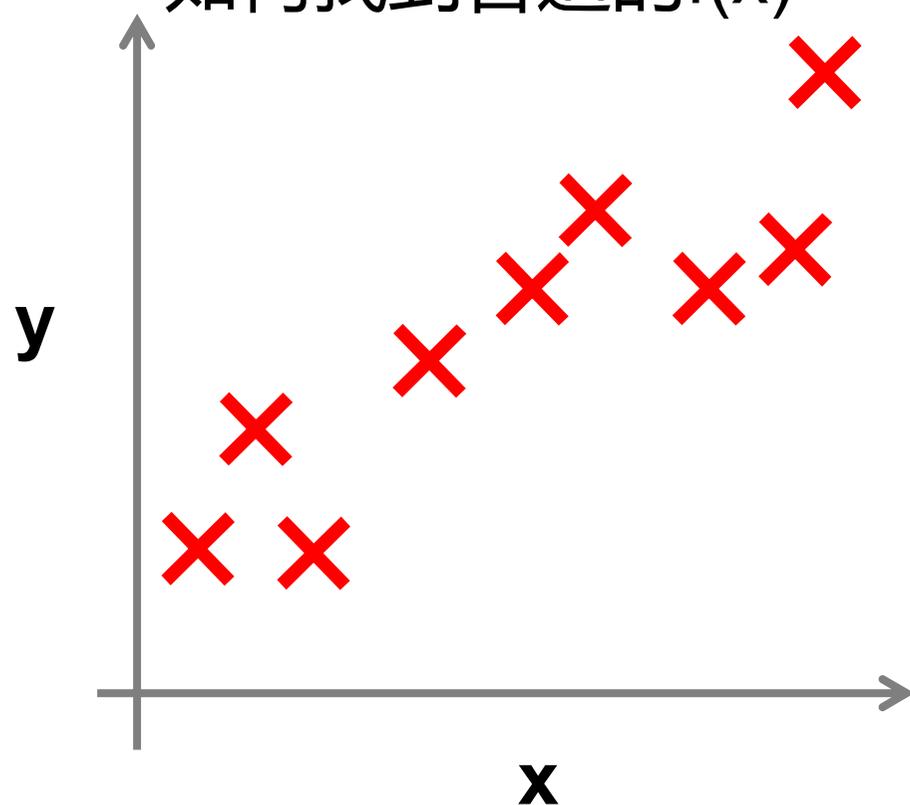


$$\min_f \|\delta\|_2 = \sum_{i=1}^m \|\delta_i\|_2^2$$



# 统计学习

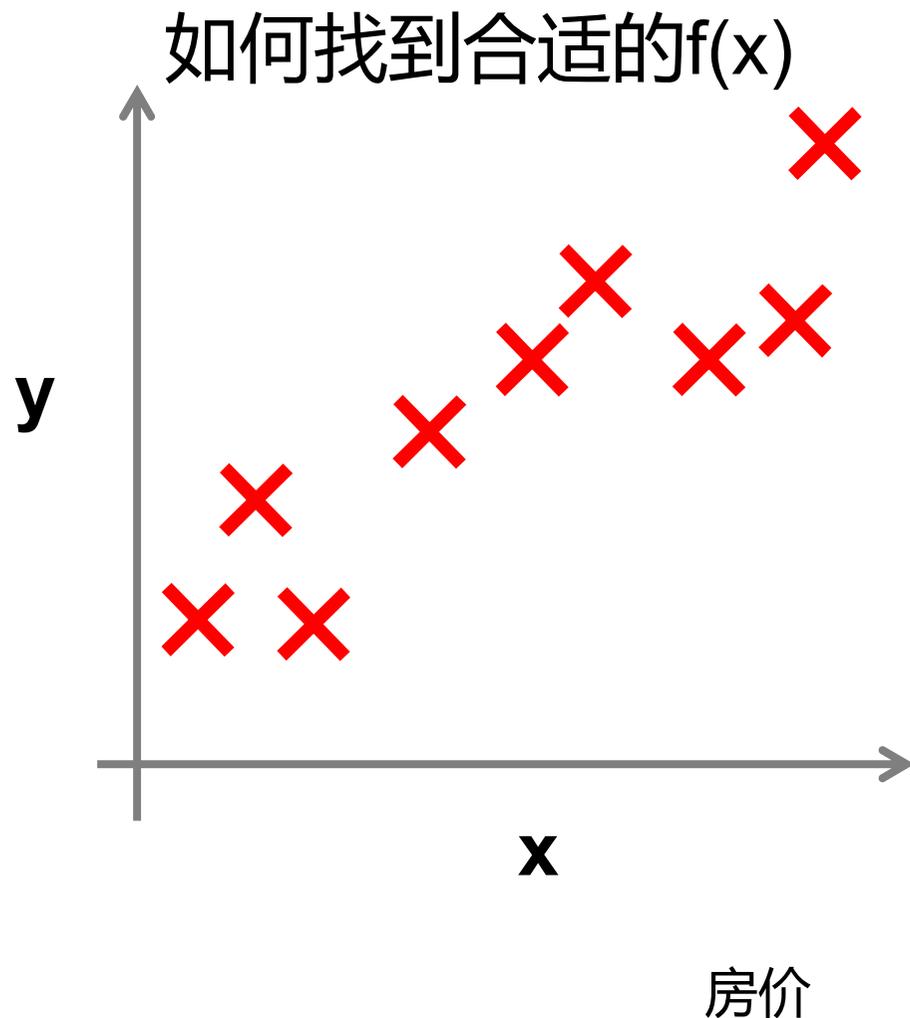
如何找到合适的 $f(x)$



$$\min_f \|\delta\|_2 = \sum_{i=1}^m \|\delta_i\|_2^2$$



# 统计学习



$$\min_f \|\delta\|_2 = \sum_{i=1}^m \|\delta_i\|_2^2$$

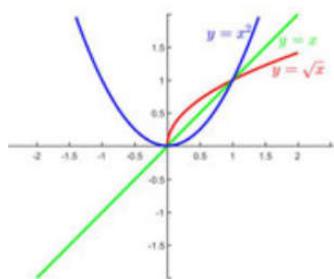
▪ **函数逼近问题**：在选定的一类函数中寻找某个函数 $g$ ，使它与已知函数 $f$ （或观测数据）在一定意义下为最佳近似表示，并求出用 $g$ 近似 $f$ 表示而产生的误差。

$$f(x) = wg(x)$$

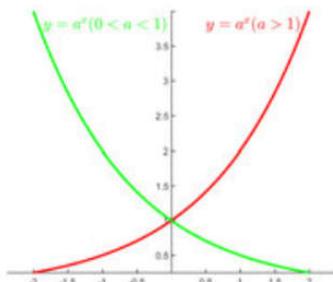
▪ **函数 $g$ 的类型的选择和表示问题**，这是函数拟合中的一个比较困惑的问题。

# 统计学习

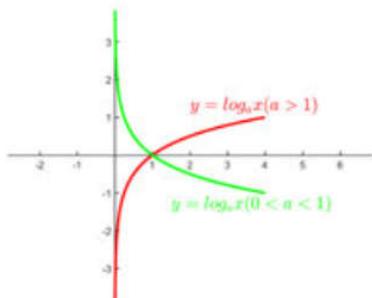
## 如何找到合适的f(x)



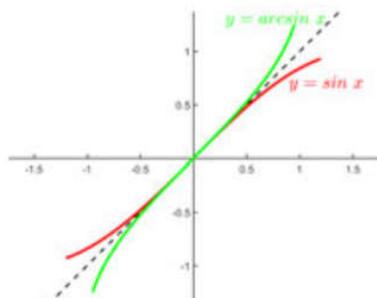
幂函数



指数函数



对数函数



(反)三角函数

$$\min_f \|\delta\|_2 = \sum_{i=1}^m \|\delta_i\|_2^2$$

### 函数的类型的选择和表示:

- 可选的 (基函数) 有很多
- 如何确定?

### 函数逼近问题:

- 可使用各类函数
- 或函数的组合

# 统计学习

如何找到合适的 $f(x)$ ：函数空间

- 函数空间是基函数的线性表达  $\{B_i(x), i = 0, 1, \dots, n\}$

例如：n次多项式函数  $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$

- 空间的思想：将复杂的量表达为若干（一般为有限）简单的量（基、字典）的（线性）组合

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i B_i(x)$$

将求 $f(x)$ 的求解转化为权系数 $w_i$ 的求解

# 统计学习

## 困难

- 选择什么样的函数（函数空间）

例如：选择多项式空间？三角函数空间

- 如果确立了空间，选择哪些基函数？

例如： $x^n$ 中 $n$ 应该多少？是否要有 $xy$ 项？

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i B_i(x)$$

将求 $f(x)$ 的求解转化为权系数 $w_i$ 的求解



这就是“调参”  
中关注的问题

# 统计学习

## ▪ 选择一个函数空间

- 基函数的线性表达
- 建立假设

$$y = f(x) = \sum_{i=1}^n w_i B_i(x)$$

## ▪ 求解参数

- 最小二乘法
- 其它方法

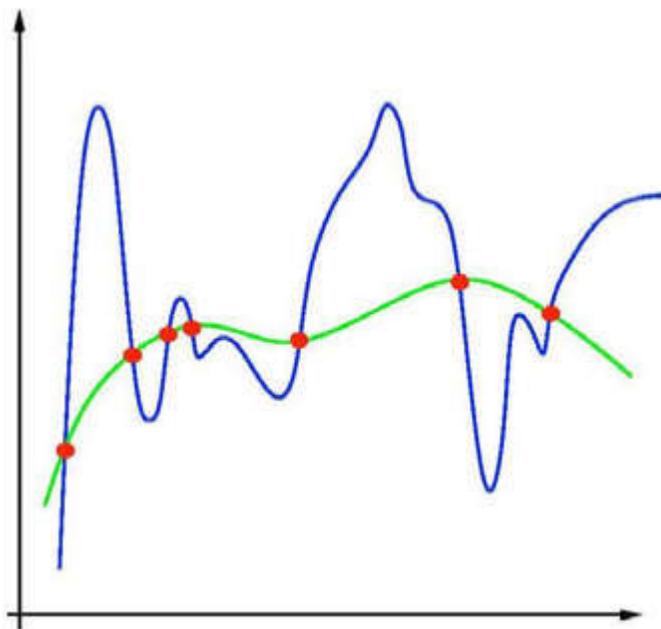
$$\min_W \|Y - XW\|^2$$

$$X^T X W = X^T Y$$

$$W = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

# 统计学习-过拟合

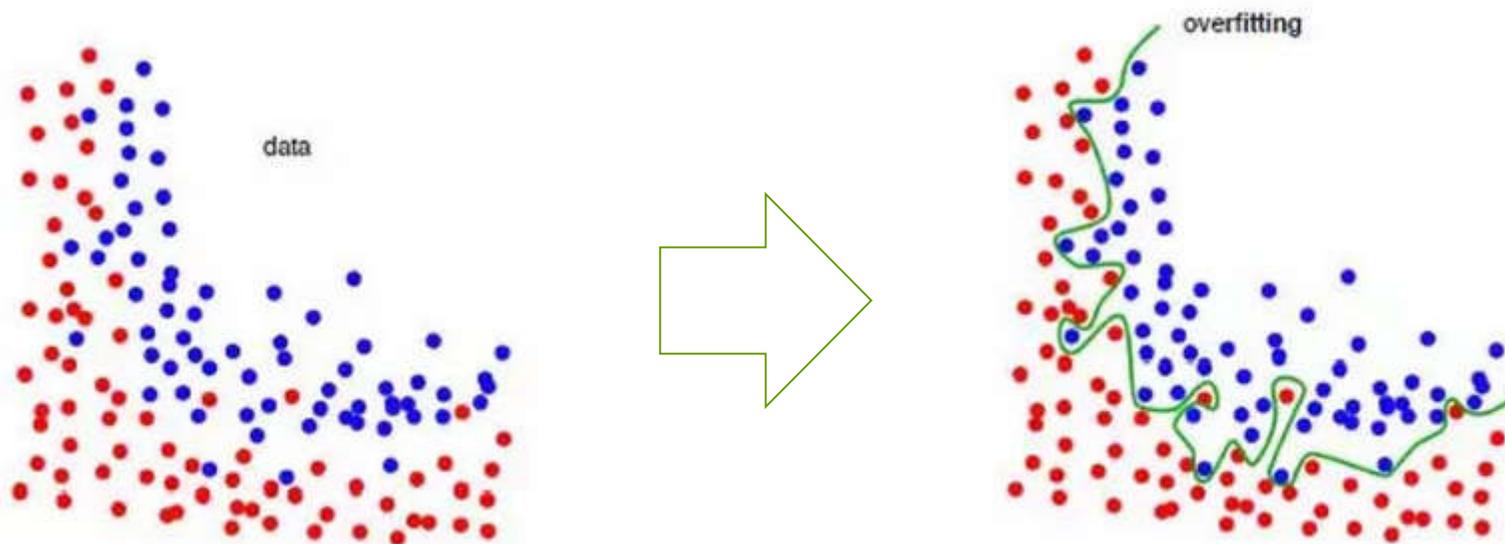
误差为0，但拟合程度并无使用价值



$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i B_i(x)$$

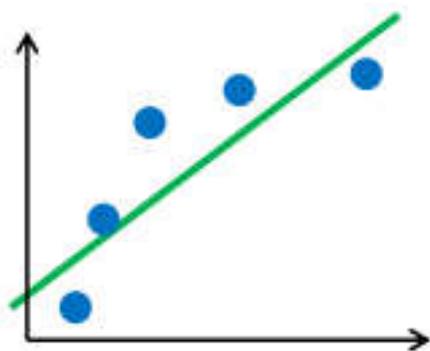
# 统计学习

## ▪ 分类问题的过拟合



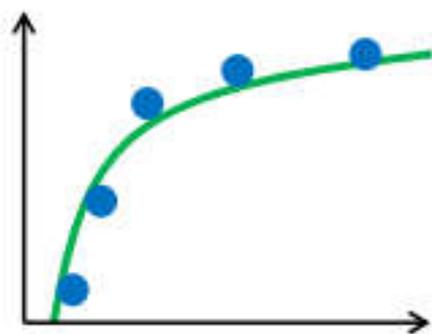
# 统计学习-过拟合

如何选择合适的基函数



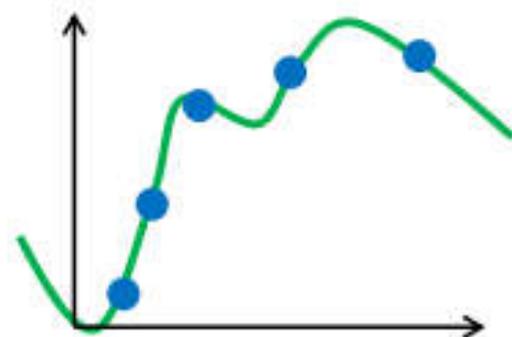
$$w_0 + w_1x$$

高偏置



$$w_0 + w_1x + w_2x^2$$

低方差  
低偏置



$$w_0 + w_1x + w_2x^2 + w_3x^3 + w_4x^4$$

高方差

# 统计学习-避免过拟合

- 数据去噪

- 提出训练样本中的噪声

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i B_i(x)$$

- 数据扩增

- 增加样本数，或者增加样本代表性和多样性

- 模型简化

- 选用更简单的模型，避免拟合数据中的噪声，或者进行模型剪裁

- 正则约束

- 选用更简单的模型，避免拟合数据中的噪声

# 统计学习

## 为什么是学习?

- 学习是通过观察和分析环境，构造响应模式的一种方法

数据：证据



假设：  
如何起作用  
(概率理论)

# 统计学习

统计学习是基于数据构建统计模型的一种方法

- 监督式学习
- 非监督式学习
- 半监督学习
- 强化学习



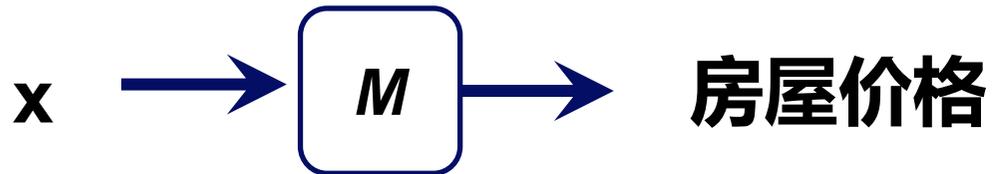
1. 模型
2. 策略
3. 算法

# 数据模型

- 如何从数据中恢复信息？

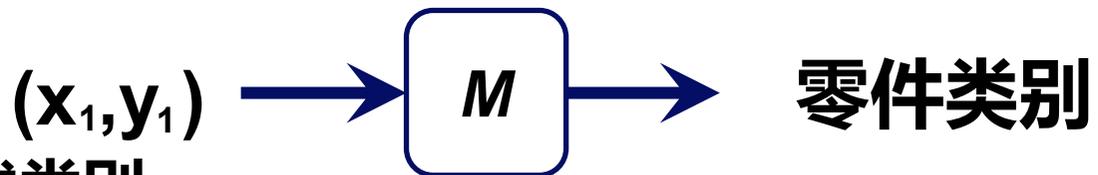
- 回归分析问题

- 预测真实的房价



- 分类问题

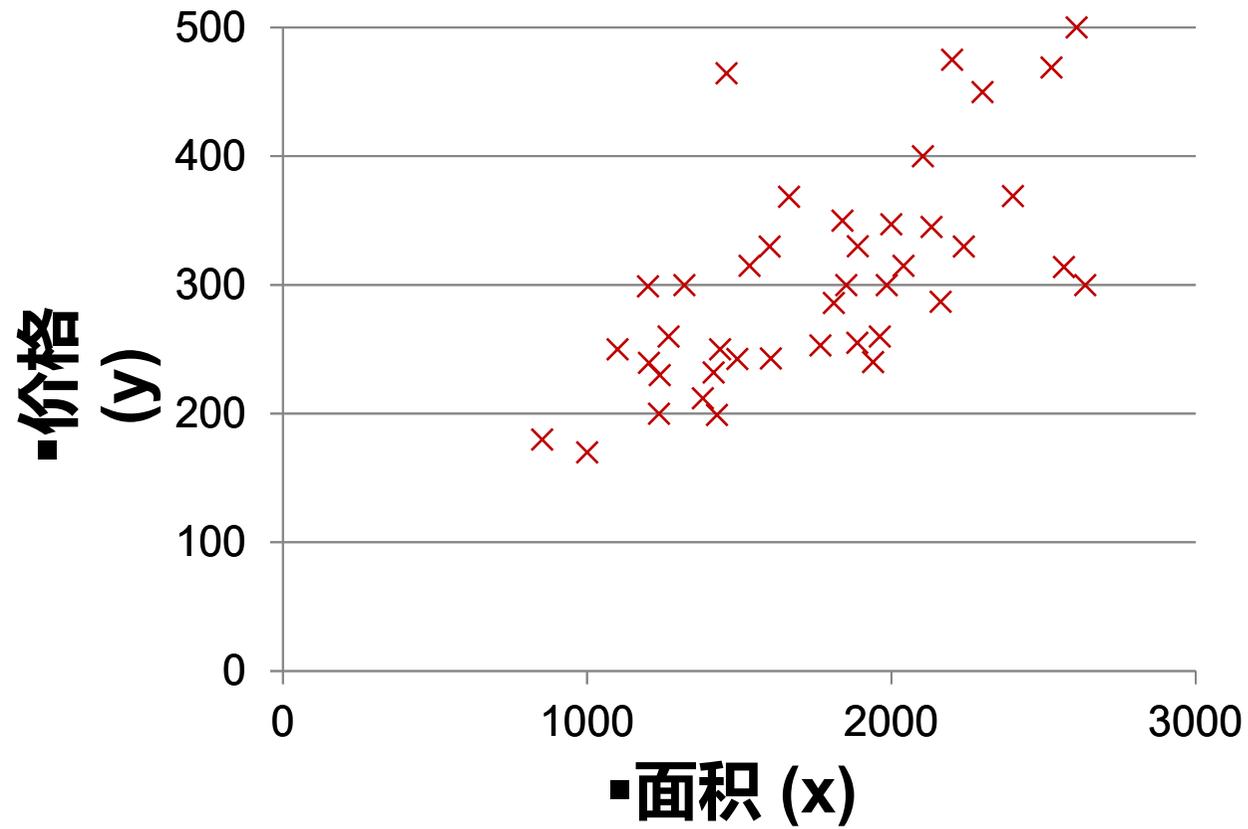
- 为对象给出所述类别



# 大纲

- 数据模型
- 线性回归方法
- 线性分类方法
- 扩展

# ▪房 价



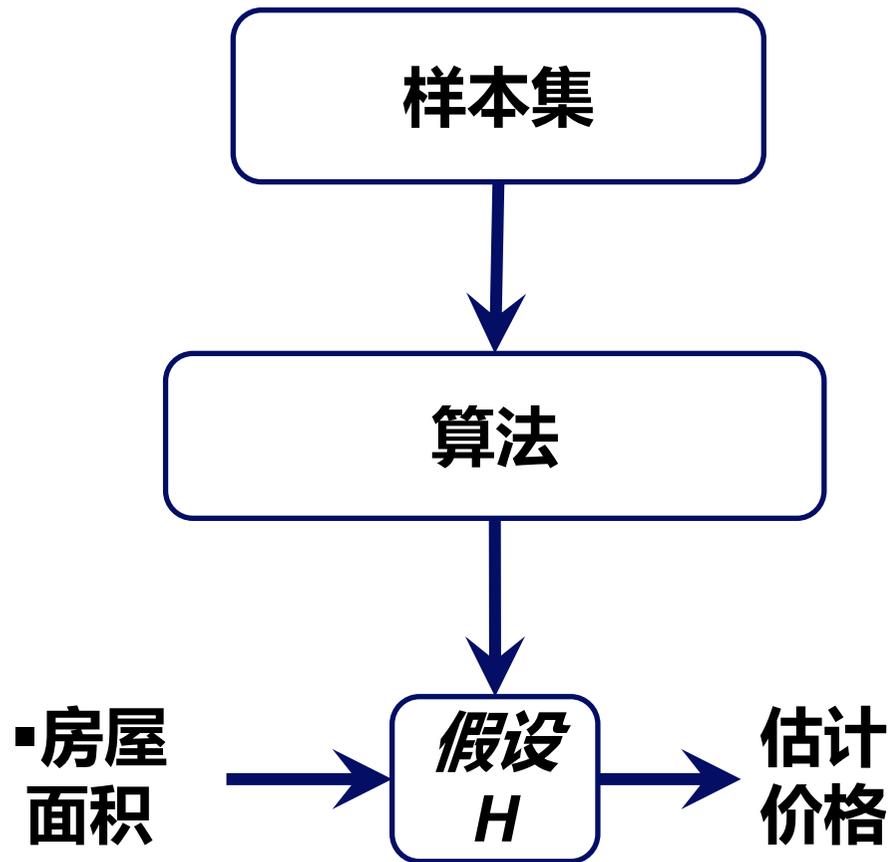
## ▪ 房价数据

样本集

	面积 (x)	价格 (y)
$S^1$	2104	460
$S^2$	1416	232
$S^3$	1534	315
...	...	...
$S^m$	852	178

### ▪ 定义:

- $m$  = 样本的数量
- $x$  = 输入的“样本” / “特征”
- $y$  = “输出变量” / “目标变量”



▪如何表达模型的假设H?

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$$

- 单变量线性回归.
- 多变量线性回归.

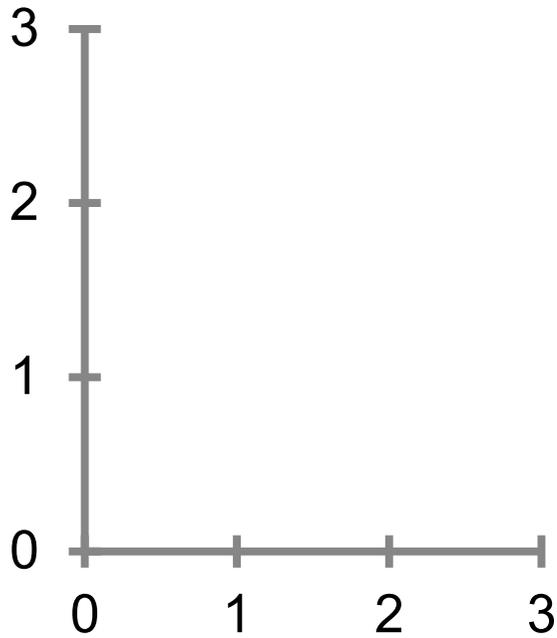
样本集合	面积 (x)	价格 (y)
	2104	460
	1416	232
	1534	315
	852	178
	...	...

▪假设H: 
$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$$

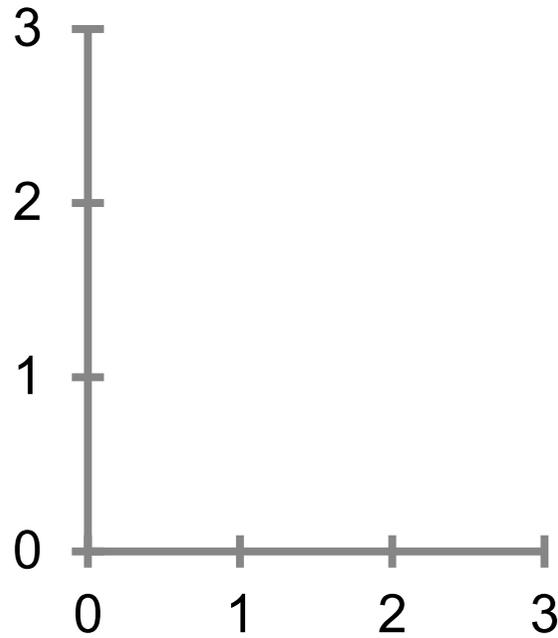
$\theta_i$ : 模型参数

▪如何选择  $\theta_i$  ?

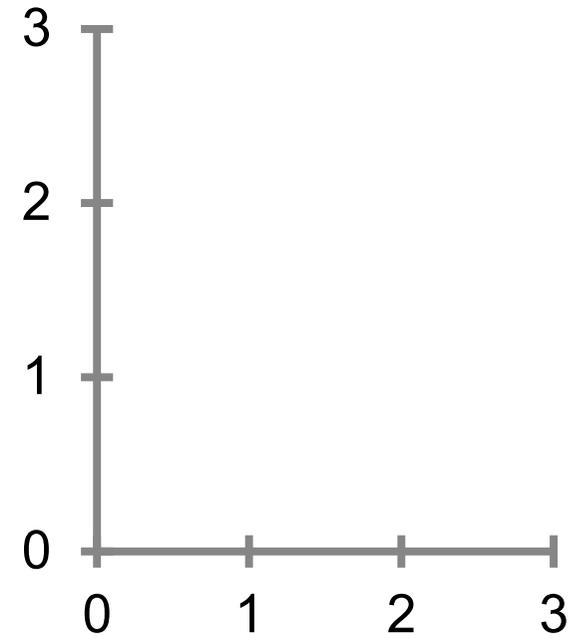
$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$$



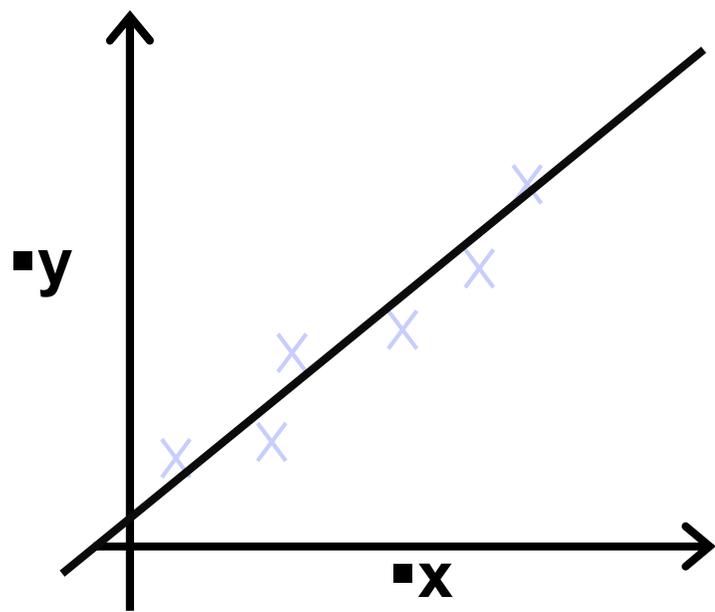
$$\theta_0 = 1.5$$
$$\theta_1 = 0$$



$$\theta_0 = 0$$
$$\theta_1 = 0.5$$



$$\theta_0 = 1$$
$$\theta_1 = 0.5$$



- **出发点: 选择  $\theta_0, \theta_1$  使  $h_{\theta}(x)$  与样本集  $y$  最为近似**

▪ **模型假设:**

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$$

▪ **参数:**

$$\theta_0, \theta_1$$

▪ **目标函数:** 所有目标点距离假设最近

$$J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

▪ **目标:** minimize  $J(\theta_0, \theta_1)$   
 $\theta_0, \theta_1$

▪ **简化形式**

$$h_{\theta}(x) = \theta_1 x$$

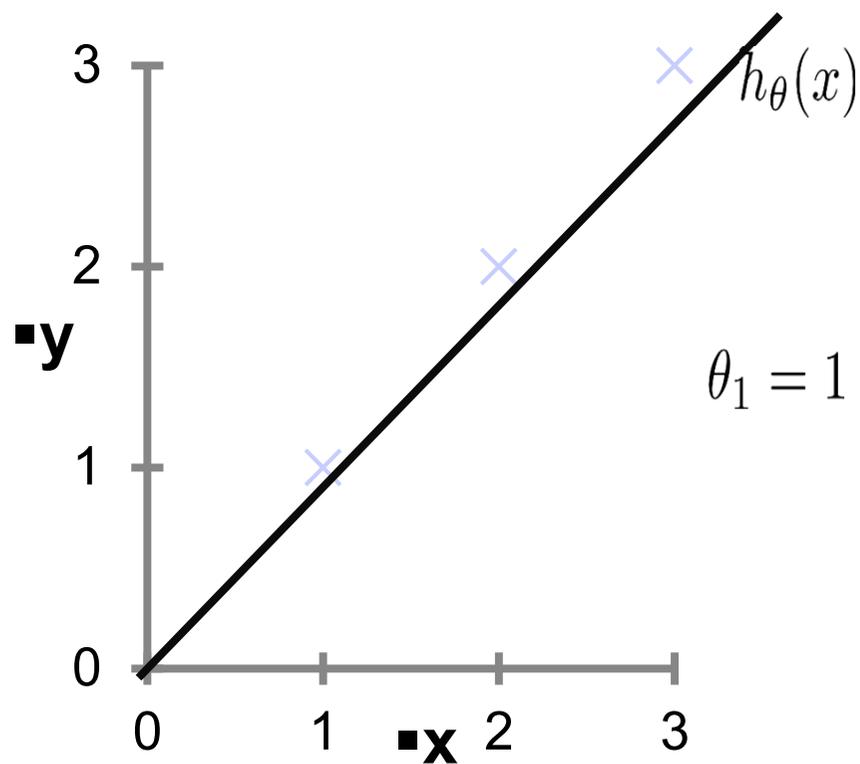
$$\theta_1$$

$$J(\theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

minimize  $J(\theta_1)$   
 $\theta_1$

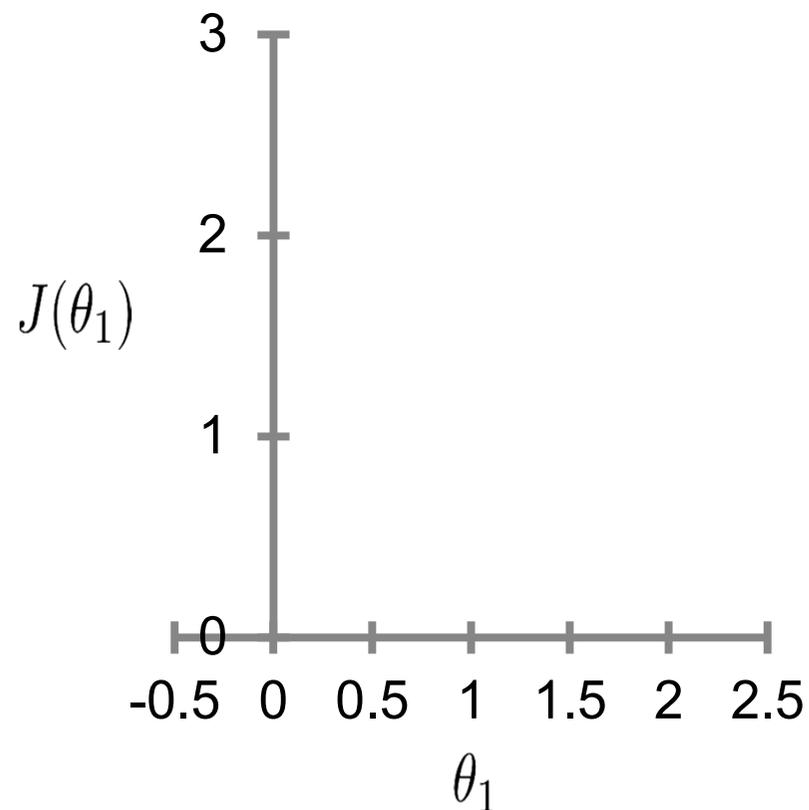
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



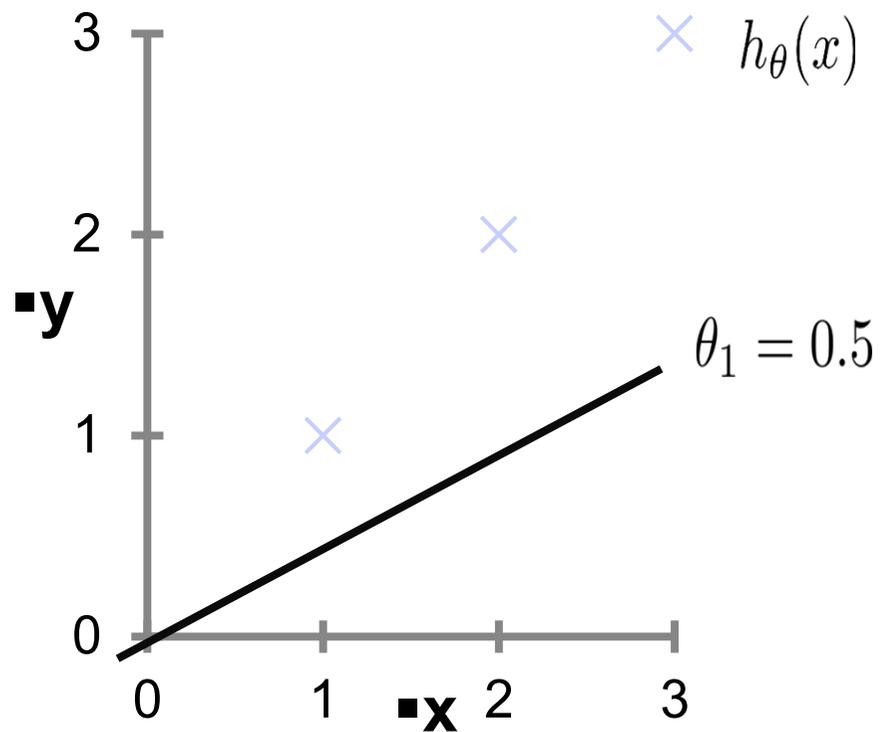
$$J(\theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_1$  的函数



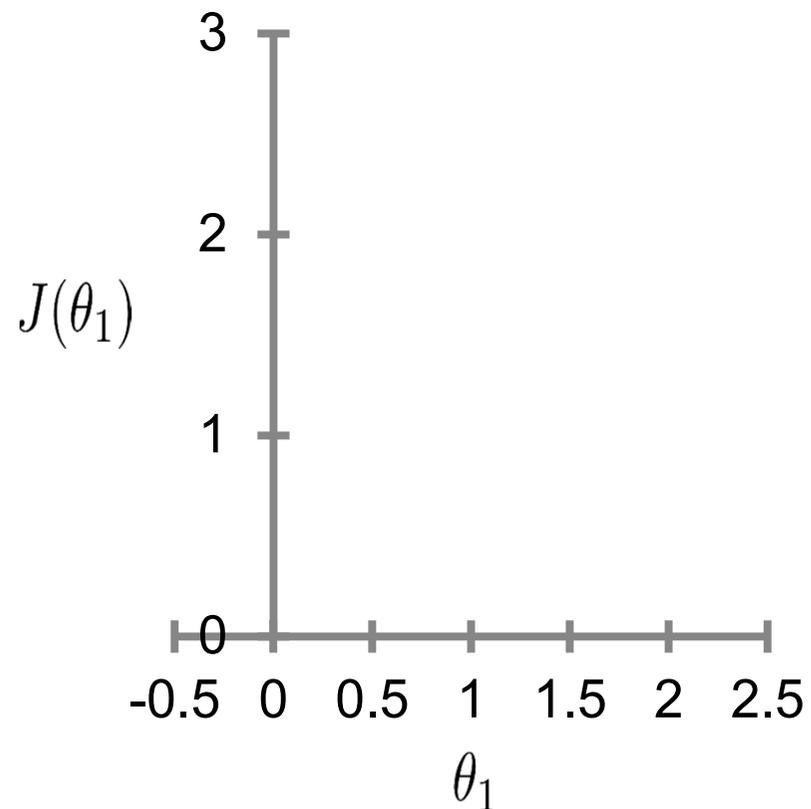
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_1$  , 模型假设是  $x$  的函数



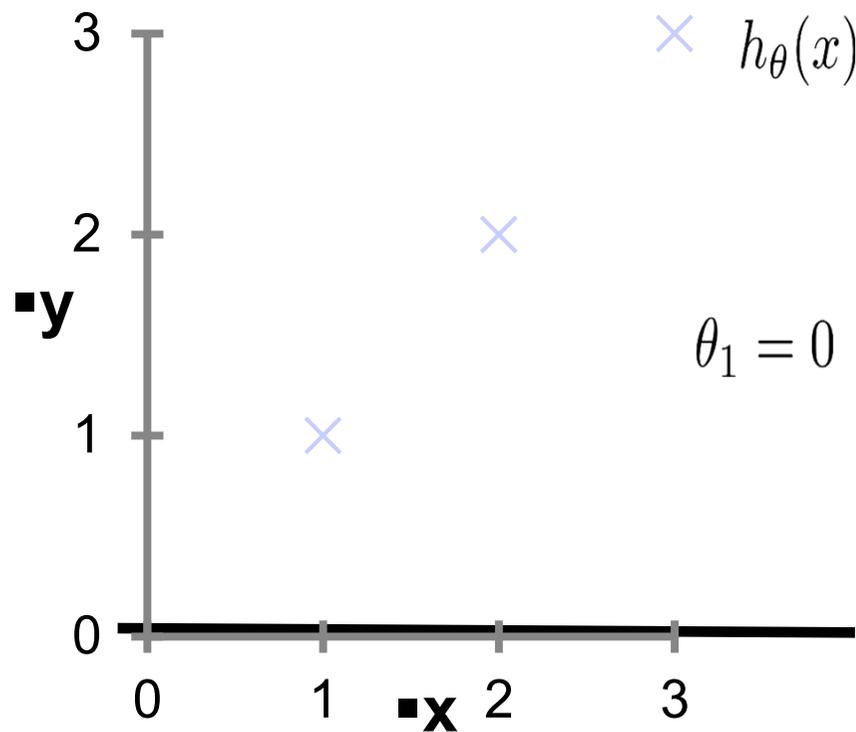
$$J(\theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_1$  的函数



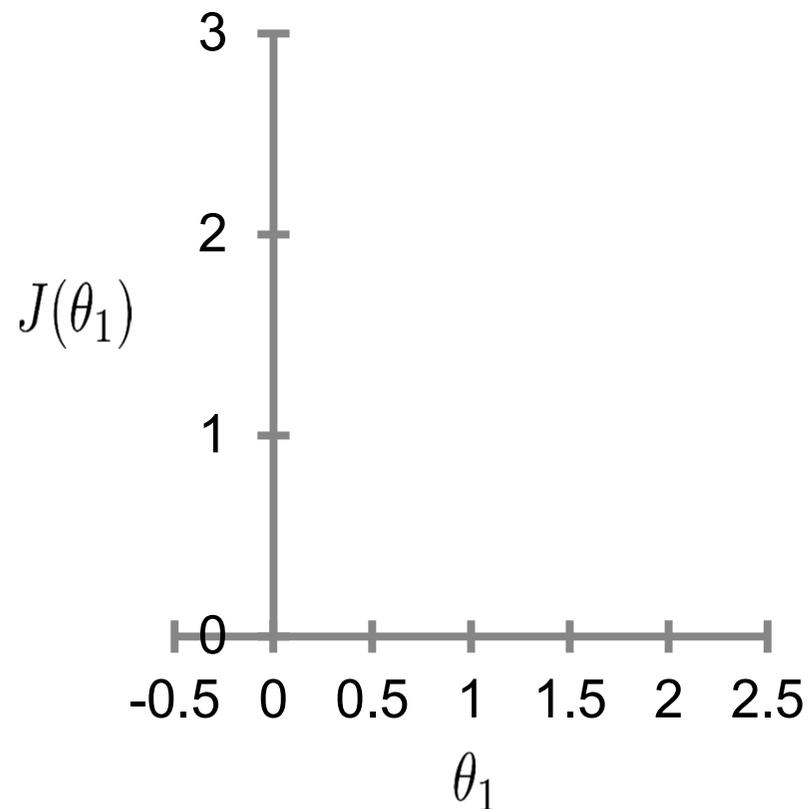
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_1$  , 模型假设是  $x$  的函数



$$J(\theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_1$  的函数



# 多变量的情况

▪ **模型假设:**  $h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$

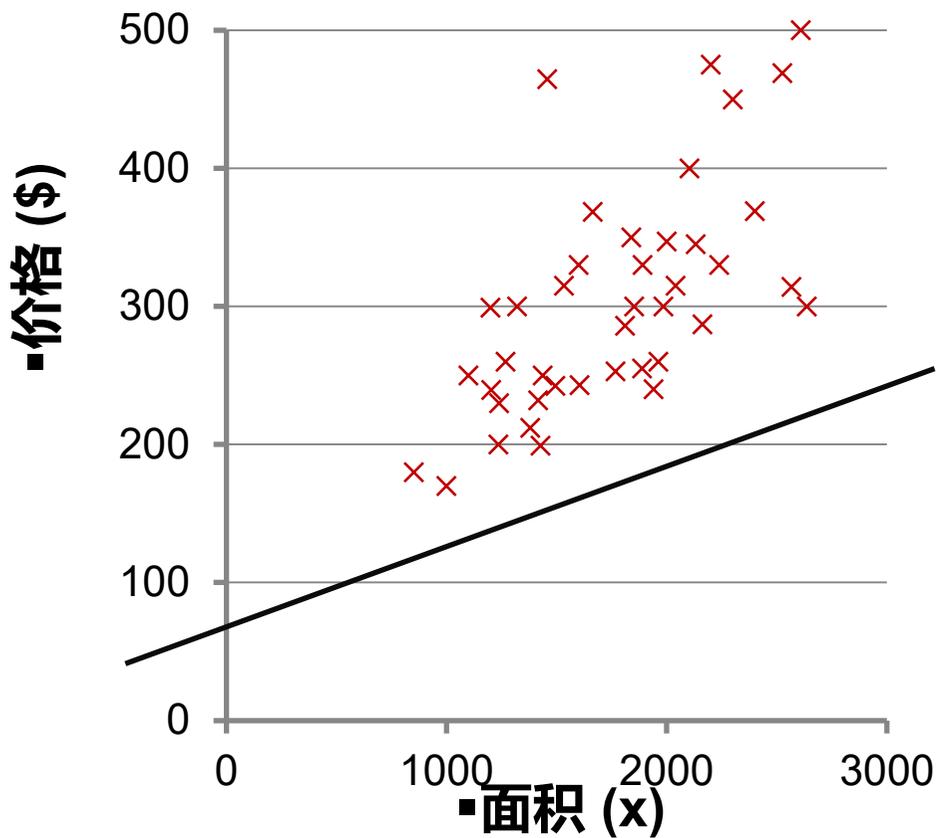
▪ **参数:**  $\theta_0, \theta_1$

▪ **目标函数:**  $J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$

▪ **目标:** minimize  $J(\theta_0, \theta_1)$   
 $\theta_0, \theta_1$

$$h_{\theta}(x)$$

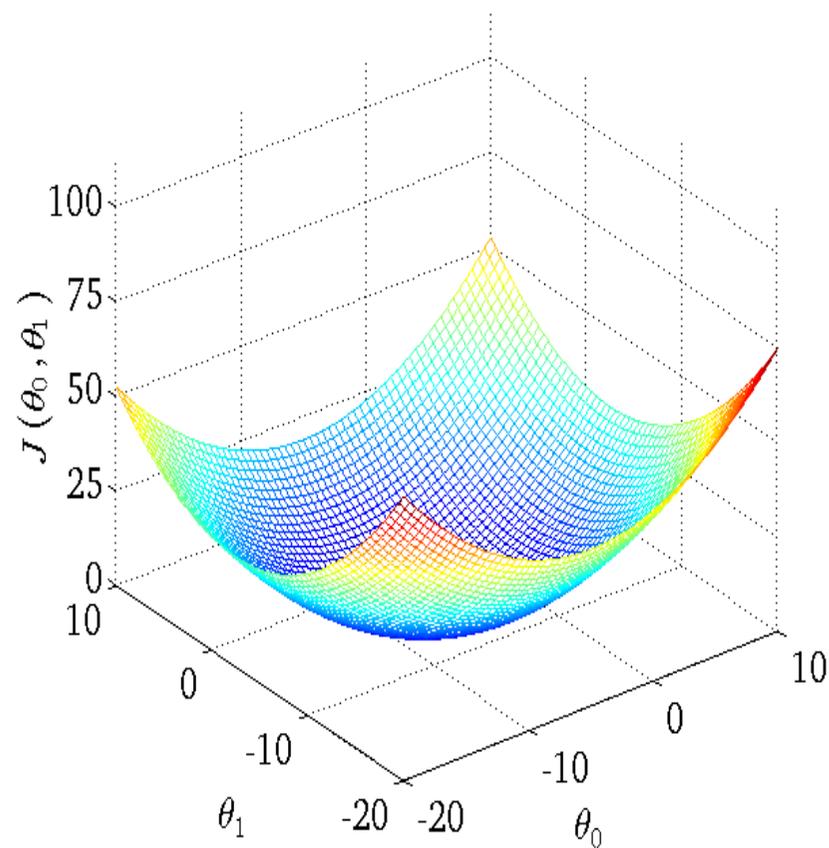
固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



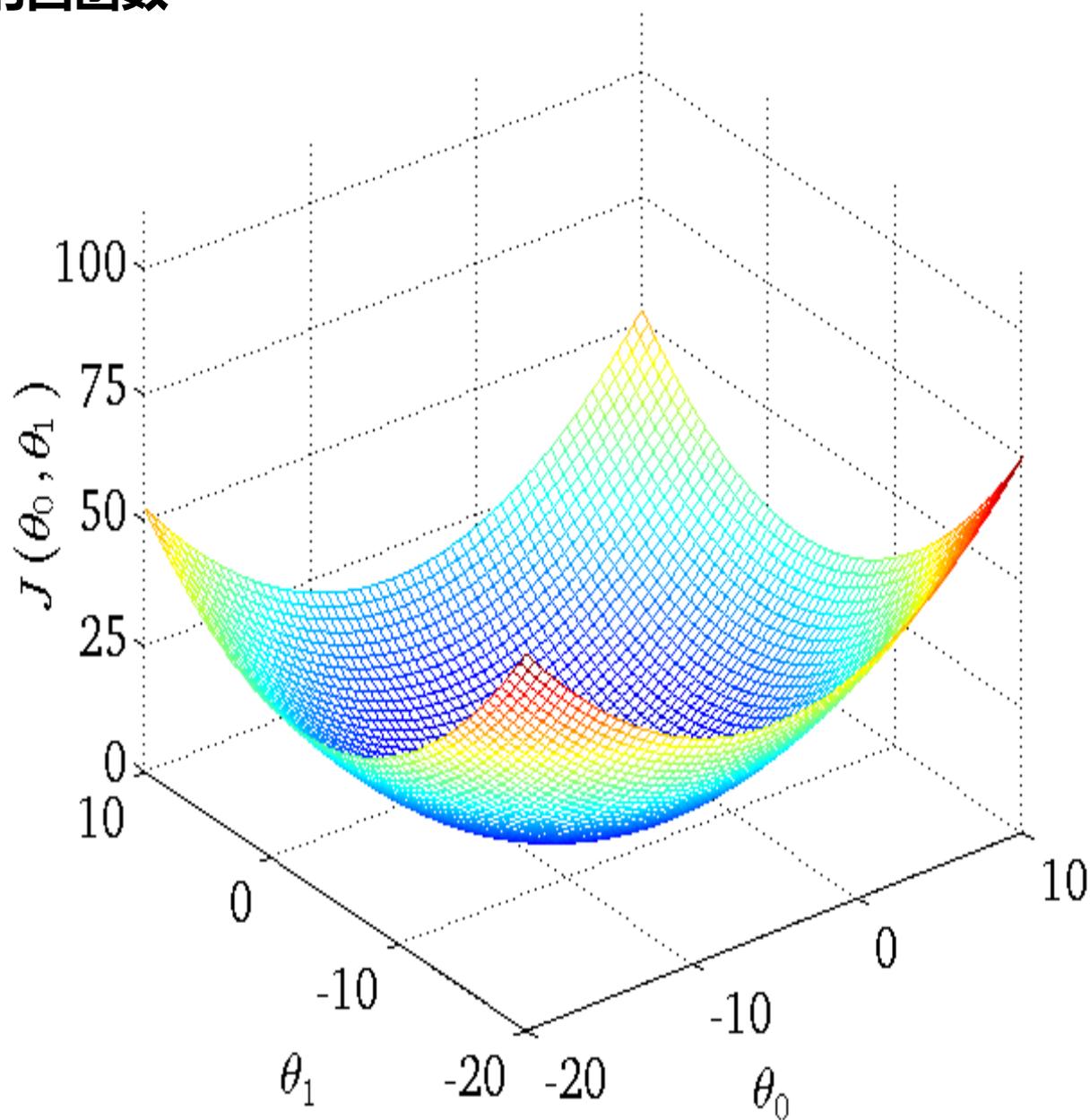
$$h_{\theta}(x) = 50 + 0.06x$$

$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数

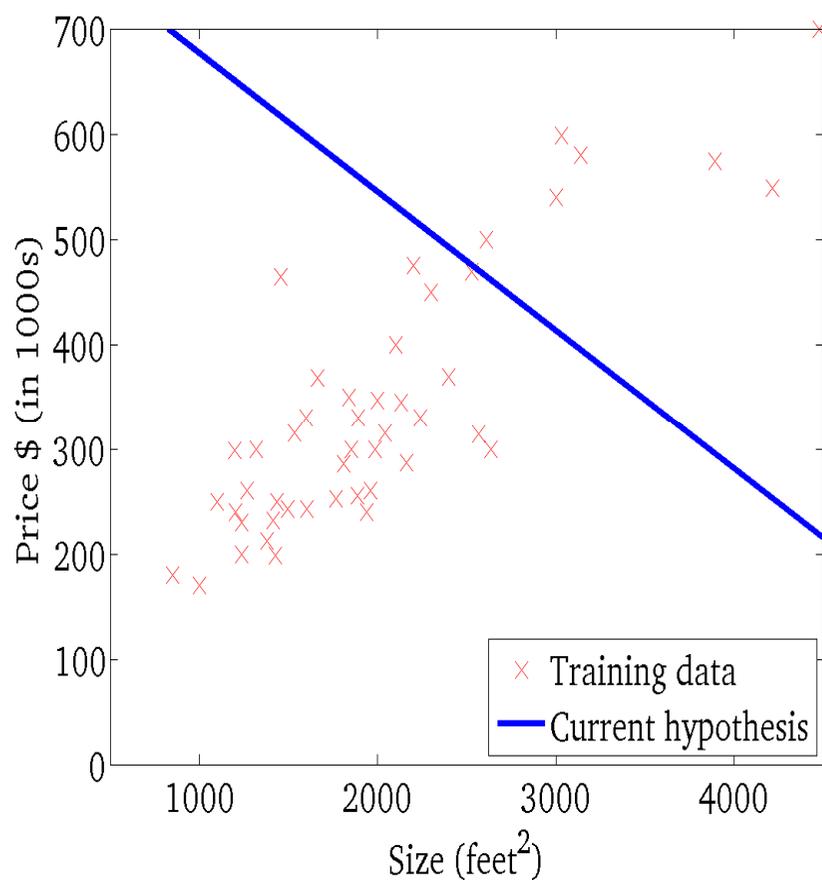


## ▪ 一个典型的凸函数



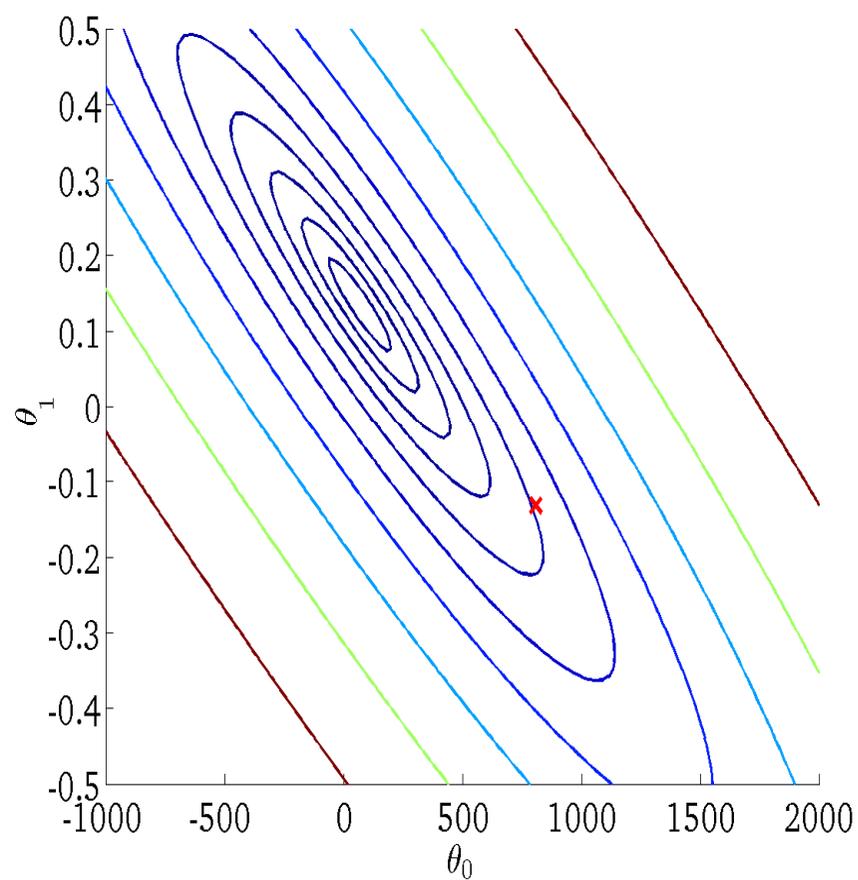
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



$$J(\theta_0, \theta_1)$$

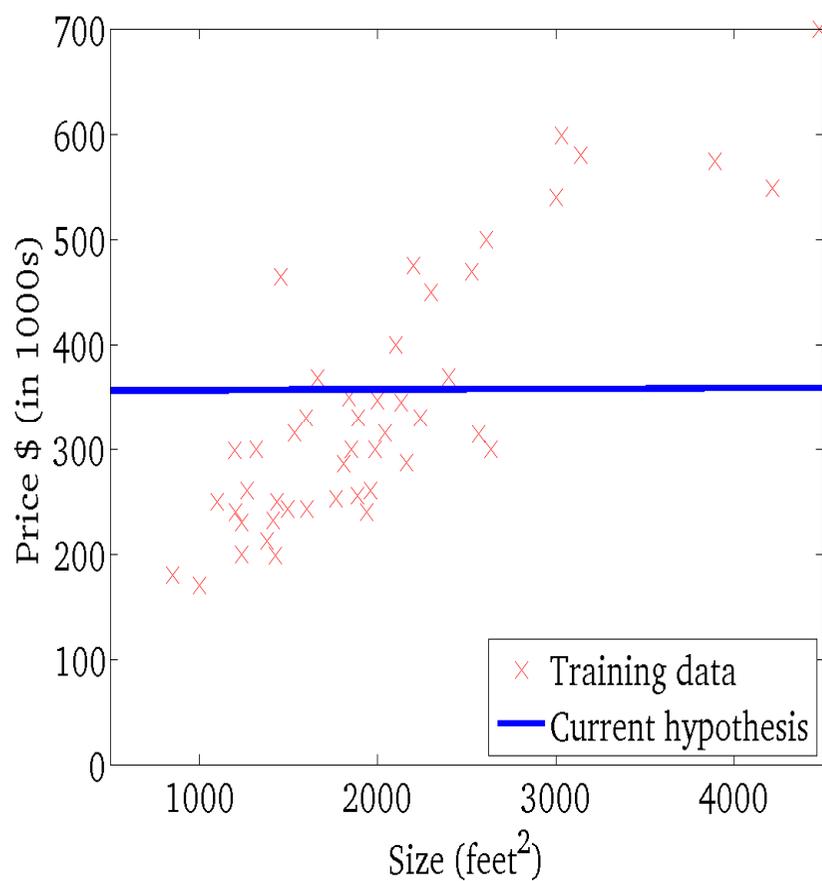
目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



▪ 通常使用等高线表达三维函数

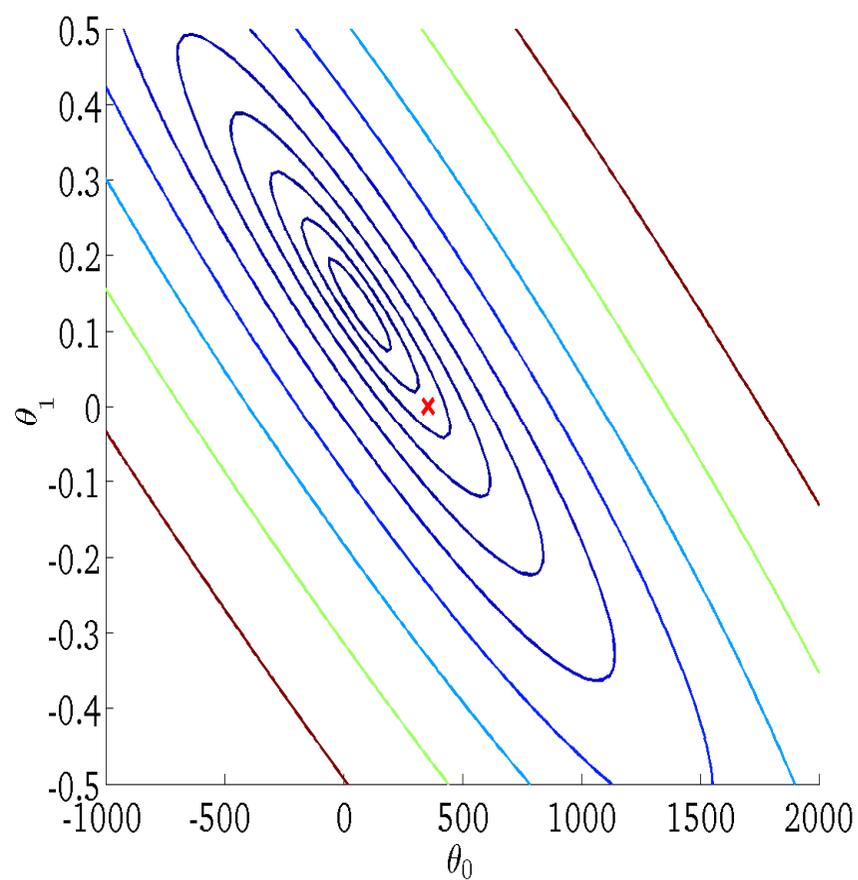
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



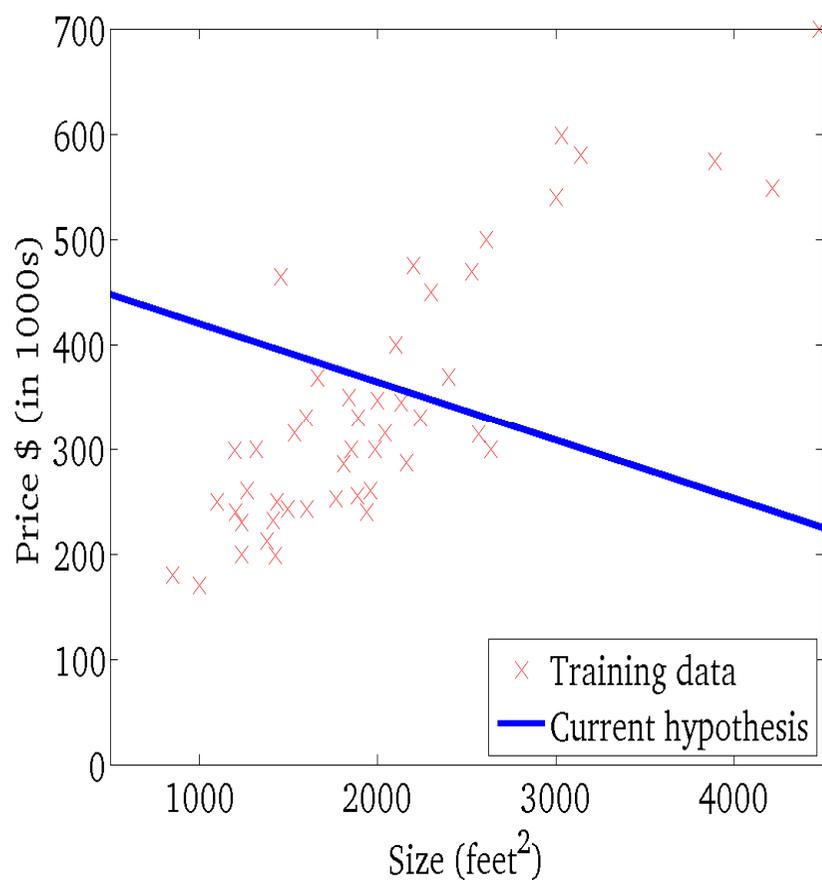
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



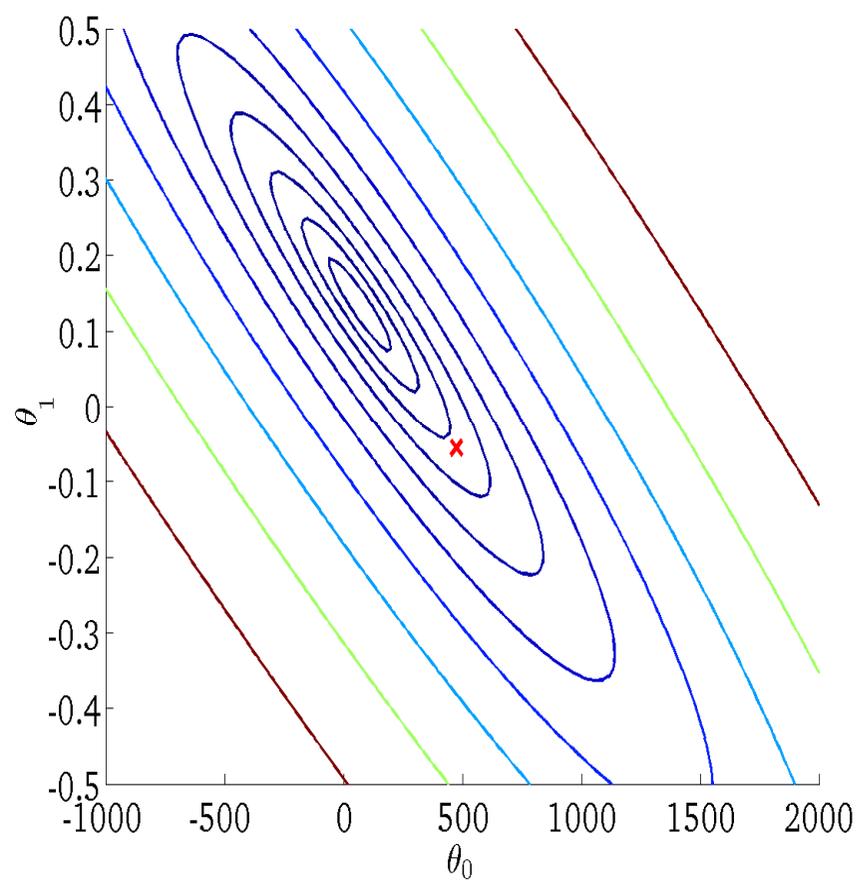
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



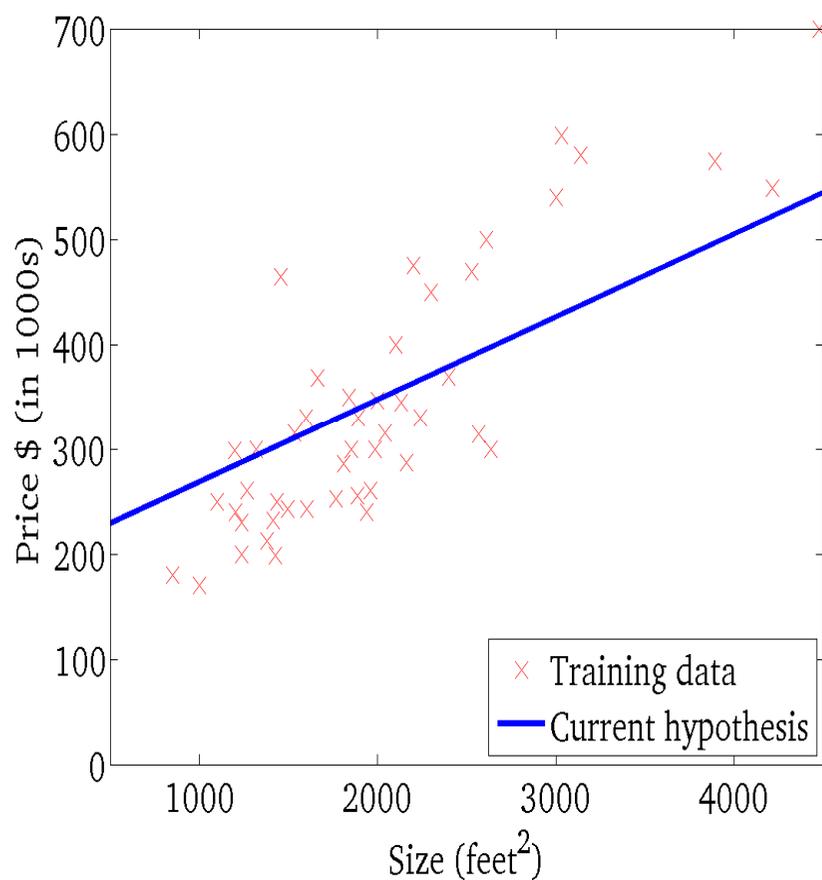
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



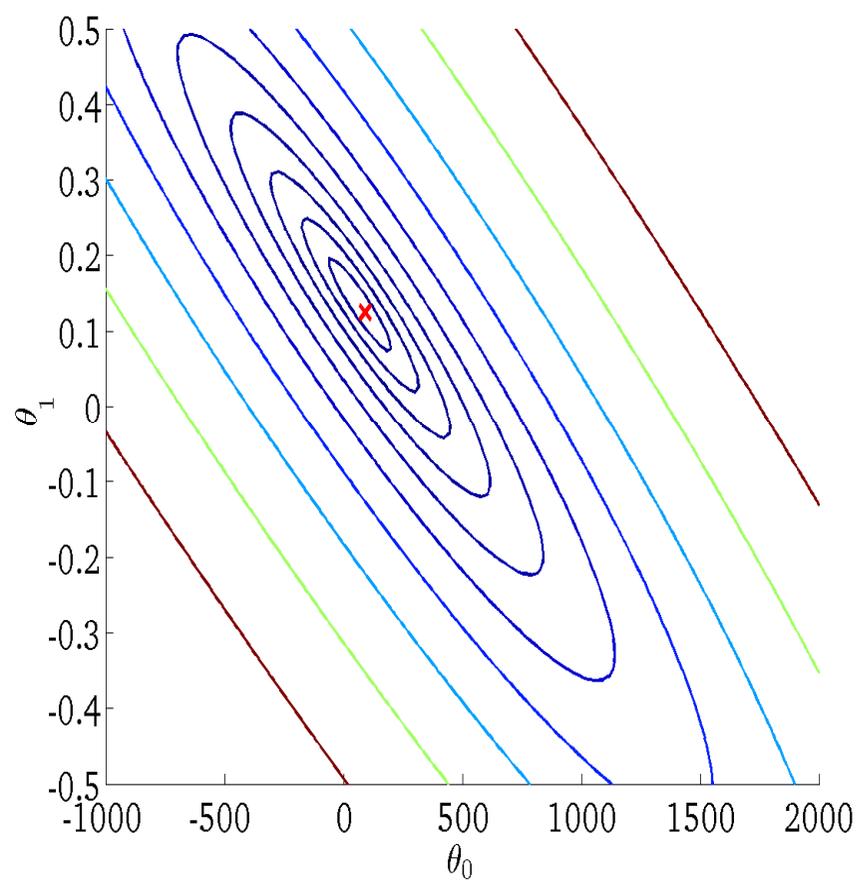
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



# 多变量学习的步骤

- 得到函数  $J(\theta_0, \theta_1)$

- 希望  $\min_{\theta_0, \theta_1} J(\theta_0, \theta_1)$

- 步骤:

- 从一组值  $\theta_0, \theta_1$  开始

- 不断改变  $\theta_0, \theta_1$  来减小  $J(\theta_0, \theta_1)$ , 直到达到一个我们希望得到的最小值。

## ▪ 最速下降算法

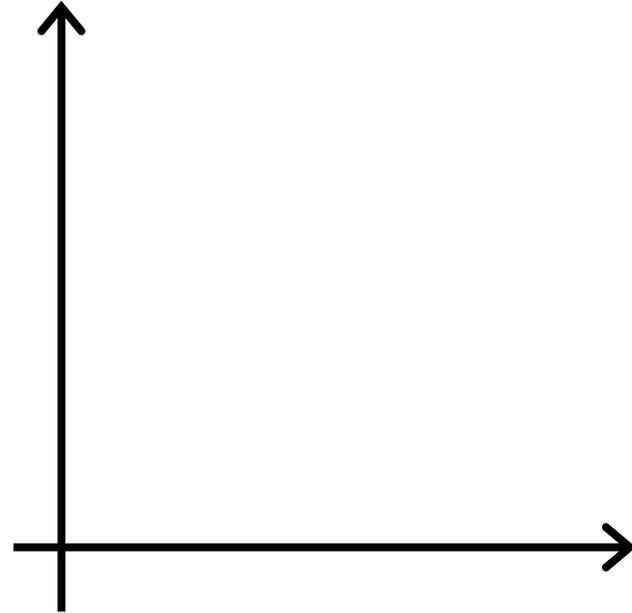
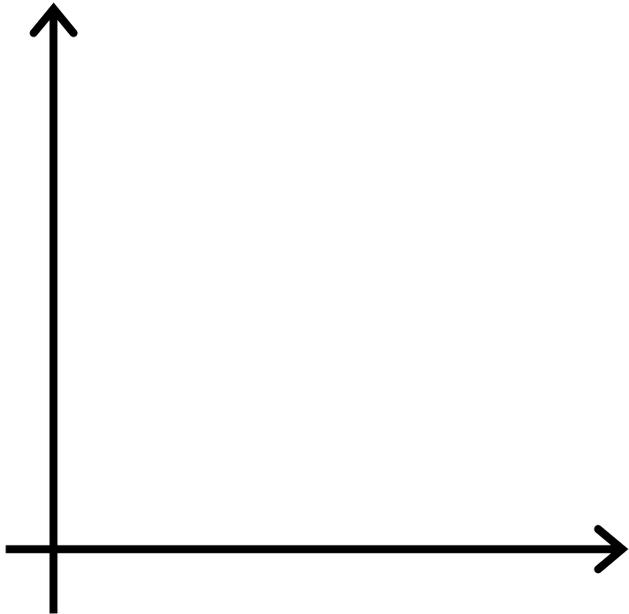
repeat until convergence {

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1)$$

}

(simultaneously update  
 $j = 0$  and  $j = 1$ )

# ▪ 最速下降算法-搜索方向

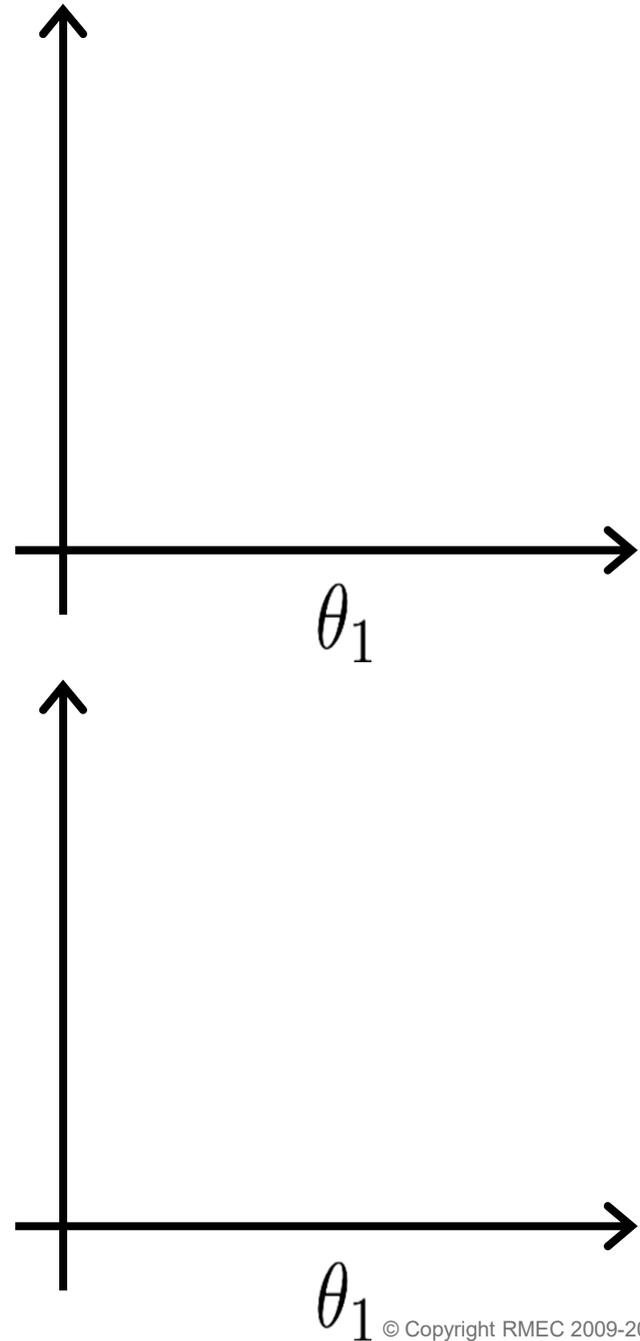


## ▪ 最速下降算法- $\alpha$

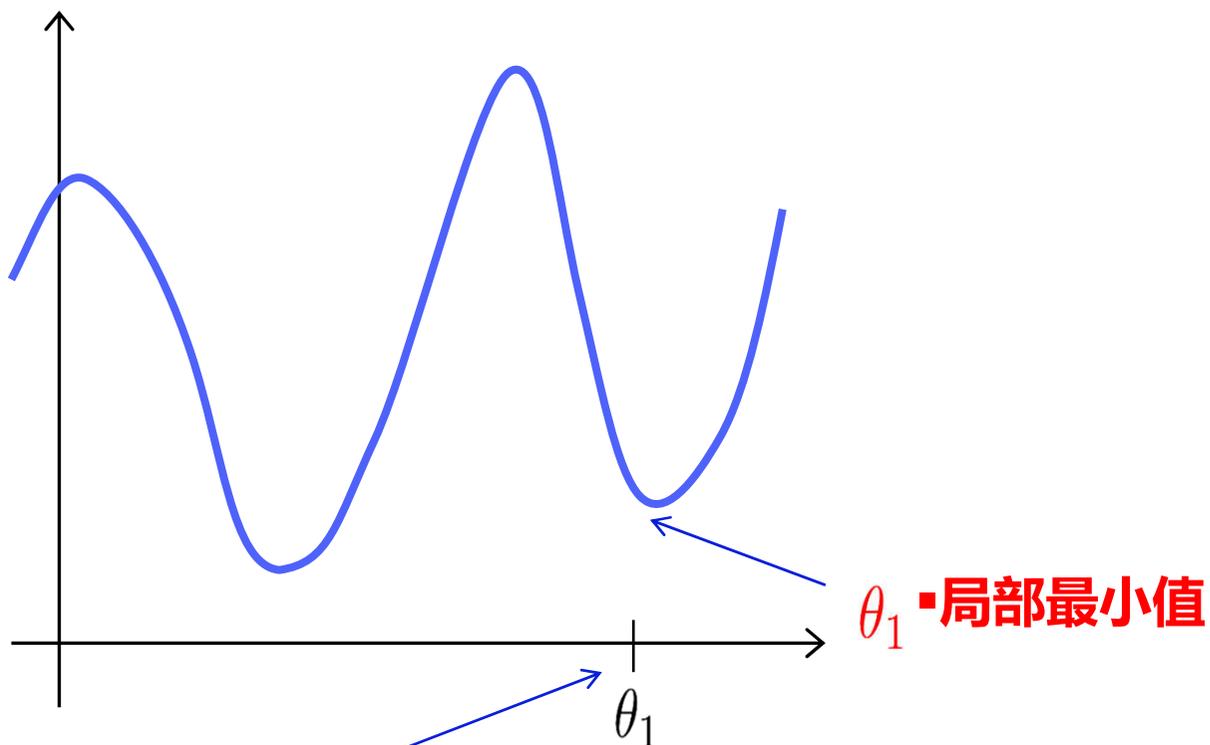
$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_1)$$

▪ 如果  $\alpha$  太小，最速下降法收敛的速度会很慢。

▪ 如果  $\alpha$  太大，在下降过程中会越过最小值点，可能会出现不收敛的情况。



# ▪最速下降算法- 局部最小值



▪  $\theta_1$ 当前值

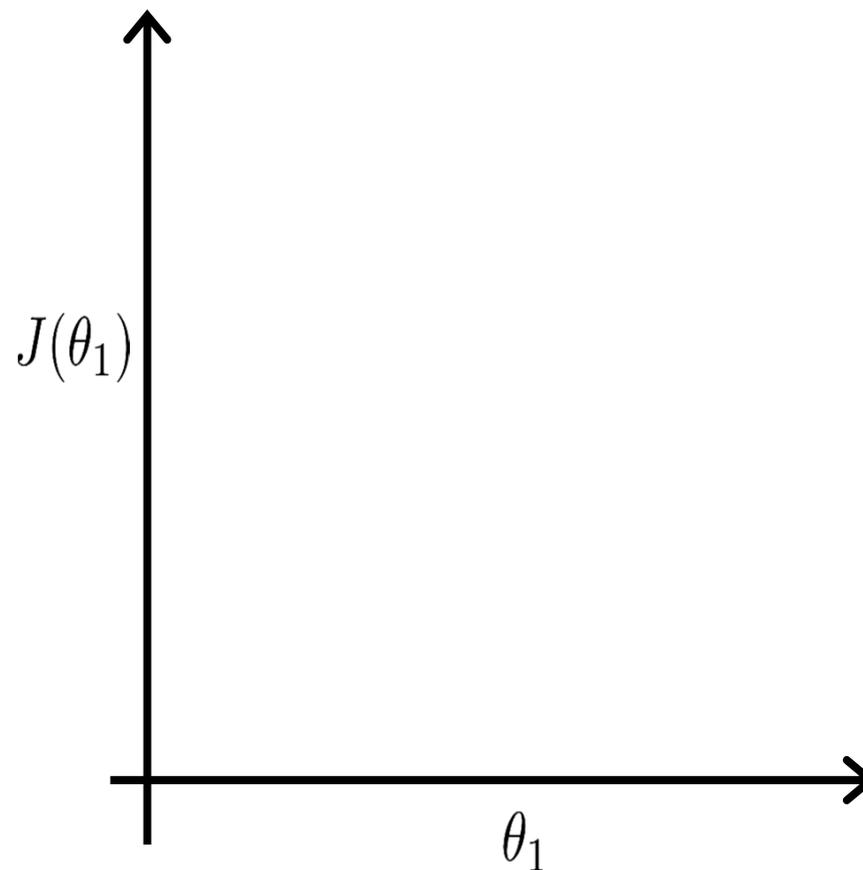
$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{d}{d\theta_1} J(\theta_1)$$

▪最速下降法会收敛到局部最小值，即便修正学习速率 $\alpha$ ，仍不会改变这个结果。

## ▪ 最速下降算法-学习速率

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{d}{d\theta_1} J(\theta_1)$$

▪ 当接近局部最小值时，因为斜率减小，最速下降法会自动减少每步的补偿，因此不需随时调整学习速率  $\alpha$



## ▪最速下降算法

repeat until convergence {  
     $\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1)$   
    (for  $j = 1$  and  $j = 0$ )  
}

## ▪线性回归模型

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$$

$$J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

## ▪ 最速下降法-梯度计算

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1) &= \frac{2}{2\theta_j} \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 \\ &= \frac{2}{2\theta_j} \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (\theta_0 + \theta_1 x^{(i)} - y^{(i)})^2\end{aligned}$$

$$j = 0 : \frac{\partial}{\partial \theta_0} J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})$$

$$j = 1 : \frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x^{(i)}$$

## ▪ 最速下降法

repeat until convergence {

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x^{(i)}$$

}

$$\frac{\partial}{\partial \theta_0} J(\theta_0, \theta_1)$$

同步更新  $\theta_0$  和  $\theta_1$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_0, \theta_1)$$

## ▪ 最速下降算法

repeat until convergence {

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\theta_0, \theta_1) \quad (\text{for } j = 0 \text{ and } j = 1)$$

}

---

### ▪ 不正确做法:

$$\text{temp0} := \theta_0 - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_0} J(\theta_0, \theta_1)$$

$$\theta_0 := \text{temp0}$$

$$\text{temp1} := \theta_1 - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_0, \theta_1)$$

$$\theta_1 := \text{temp1}$$

### ▪ 正确的做法:同时更新

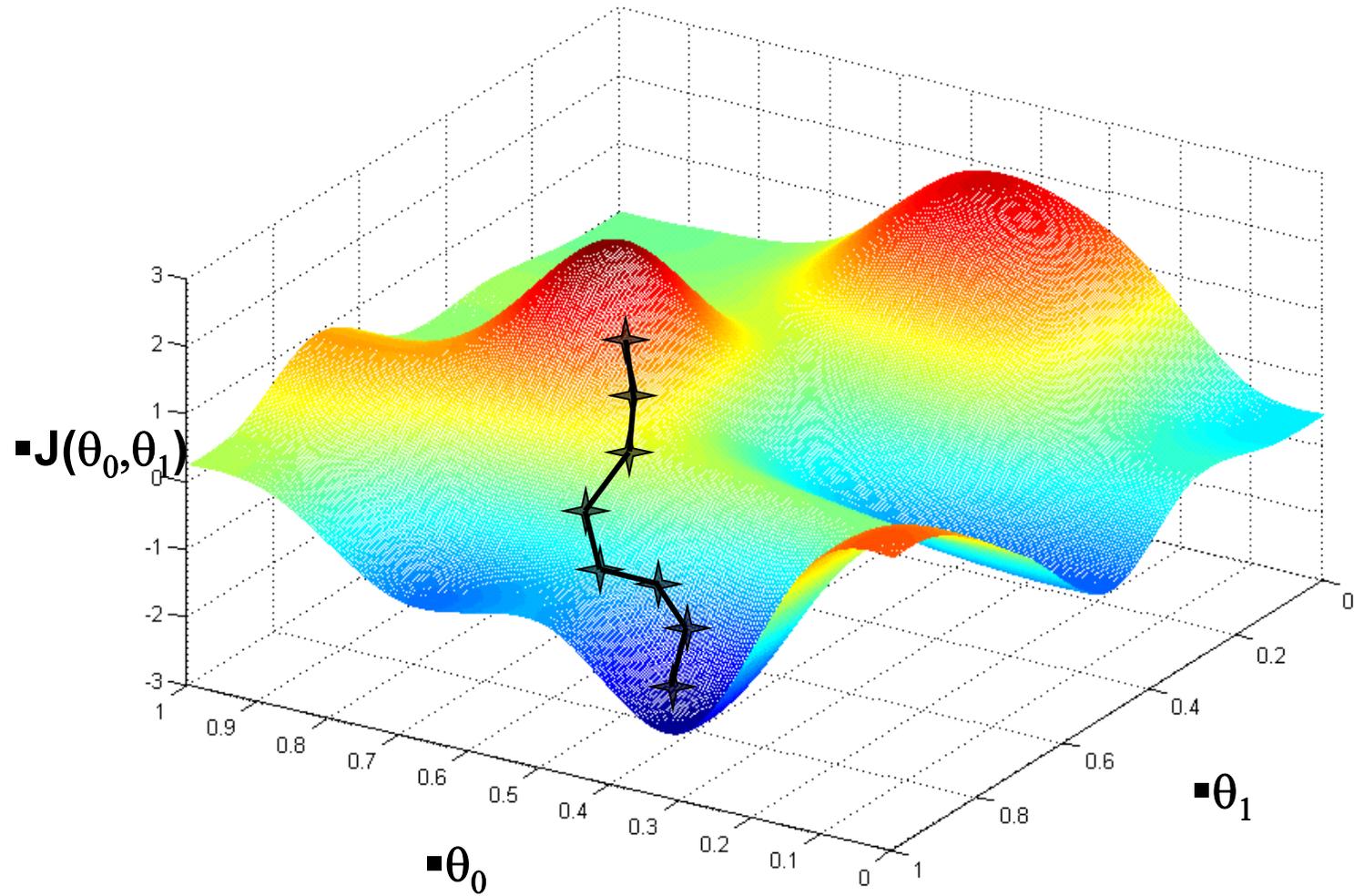
$$\text{temp0} := \theta_0 - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_0} J(\theta_0, \theta_1)$$

$$\text{temp1} := \theta_1 - \alpha \frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_0, \theta_1)$$

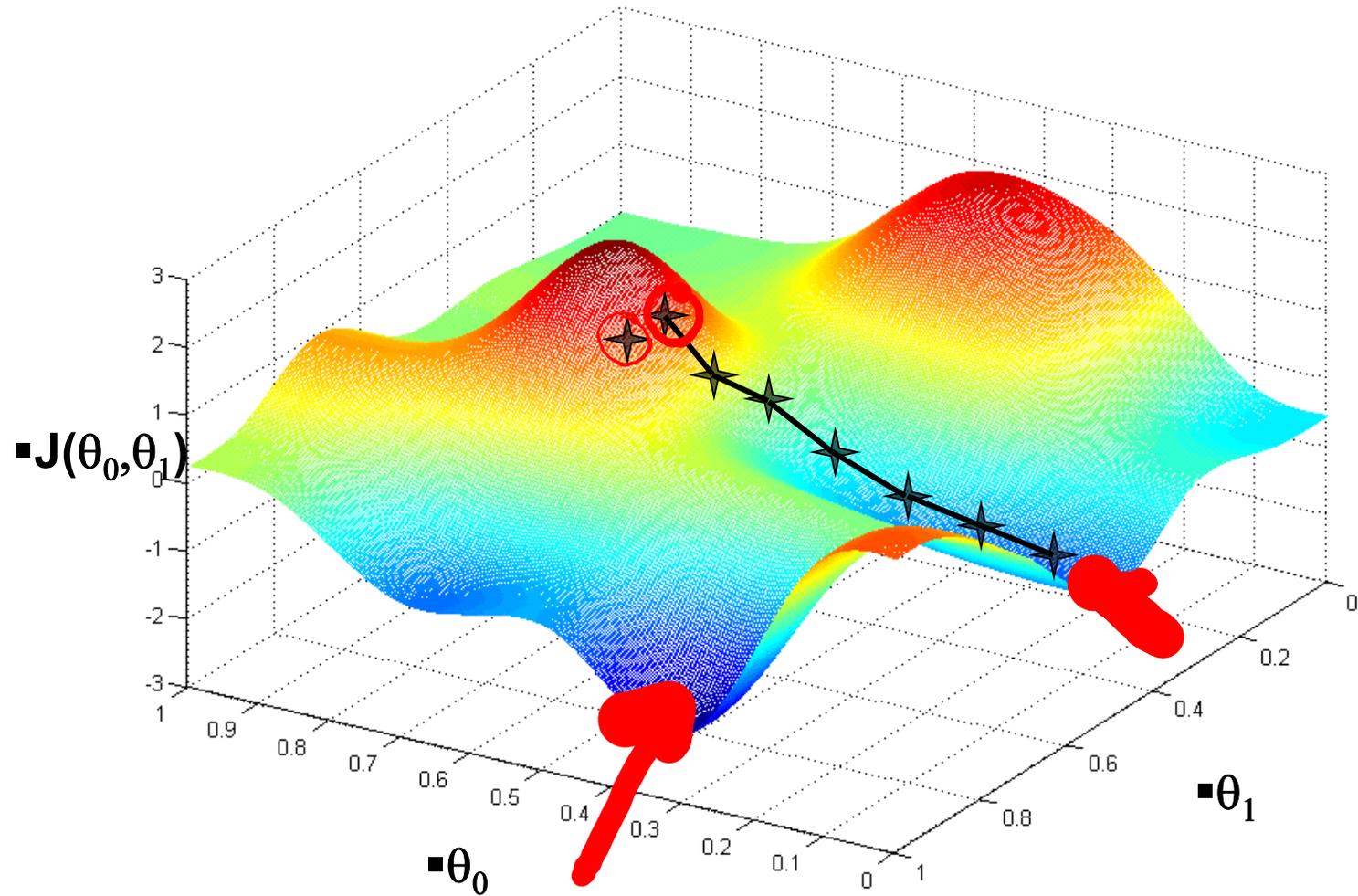
$$\theta_0 := \text{temp0}$$

$$\theta_1 := \text{temp1}$$

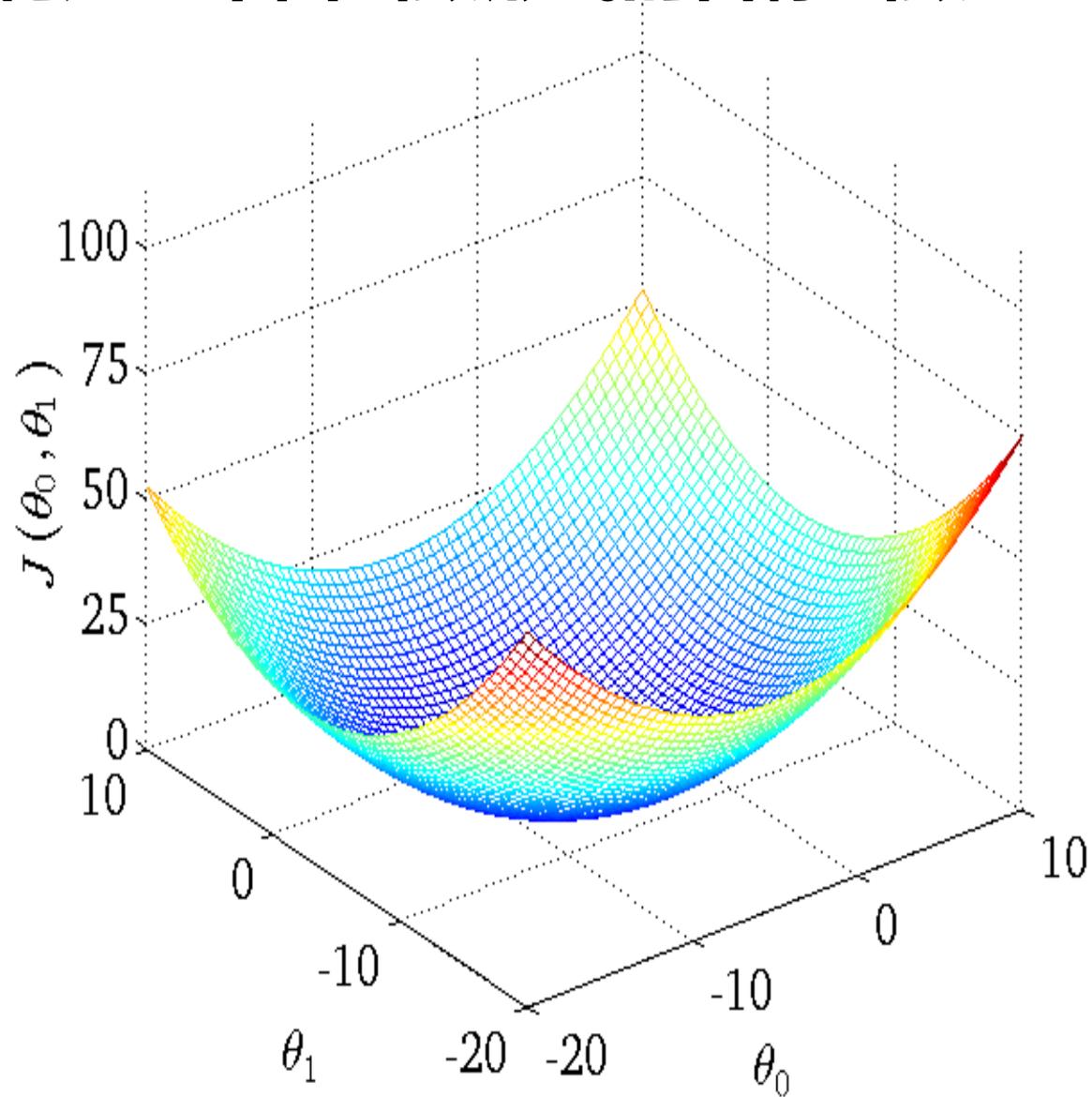
# ■ 初始值



# ■ 初始值

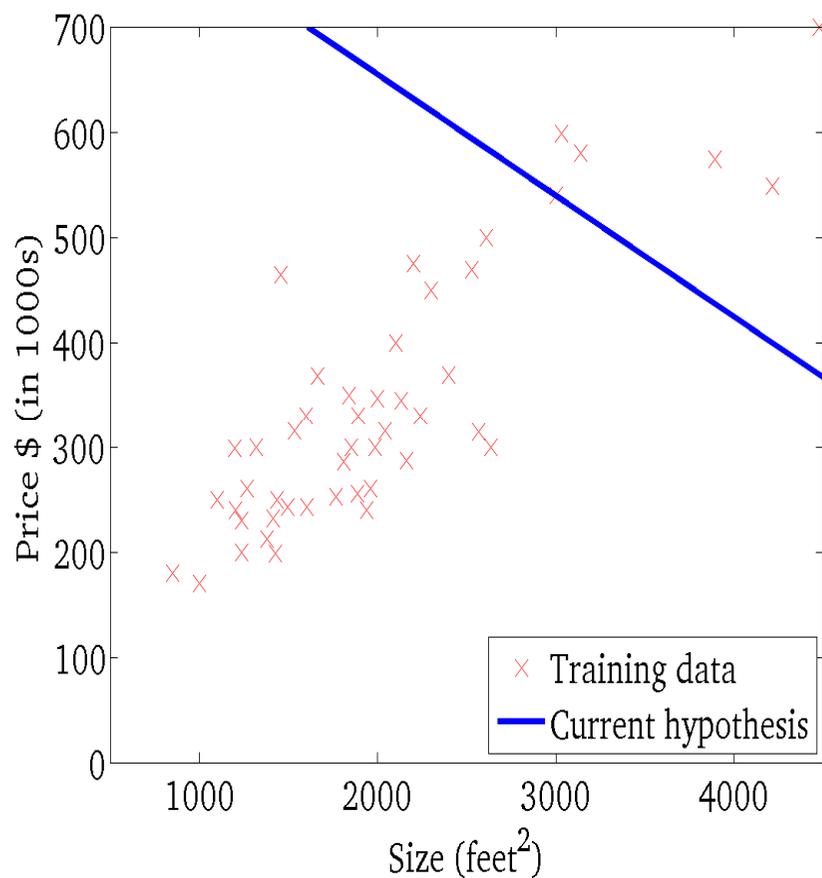


- 尽量构建一个凸函数形式的目标函数



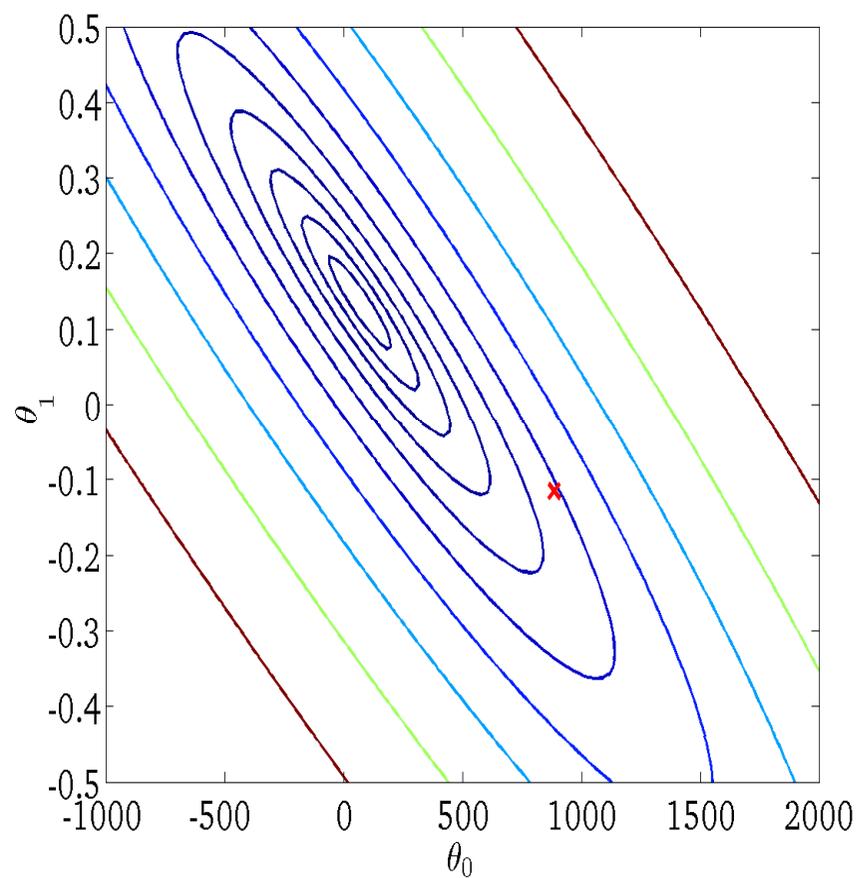
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



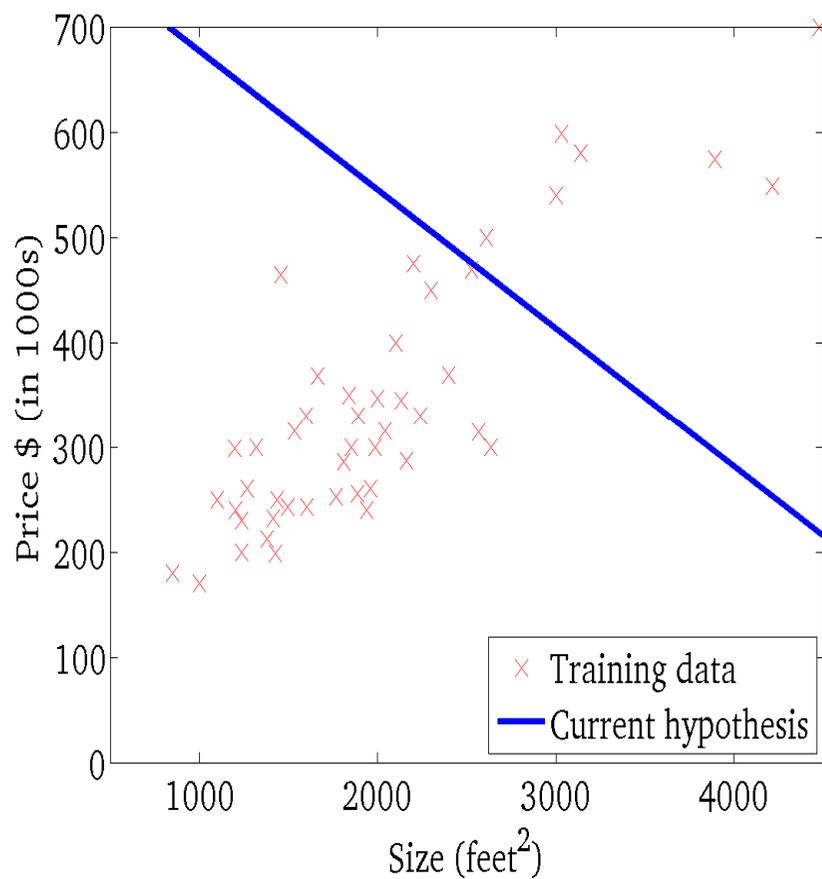
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



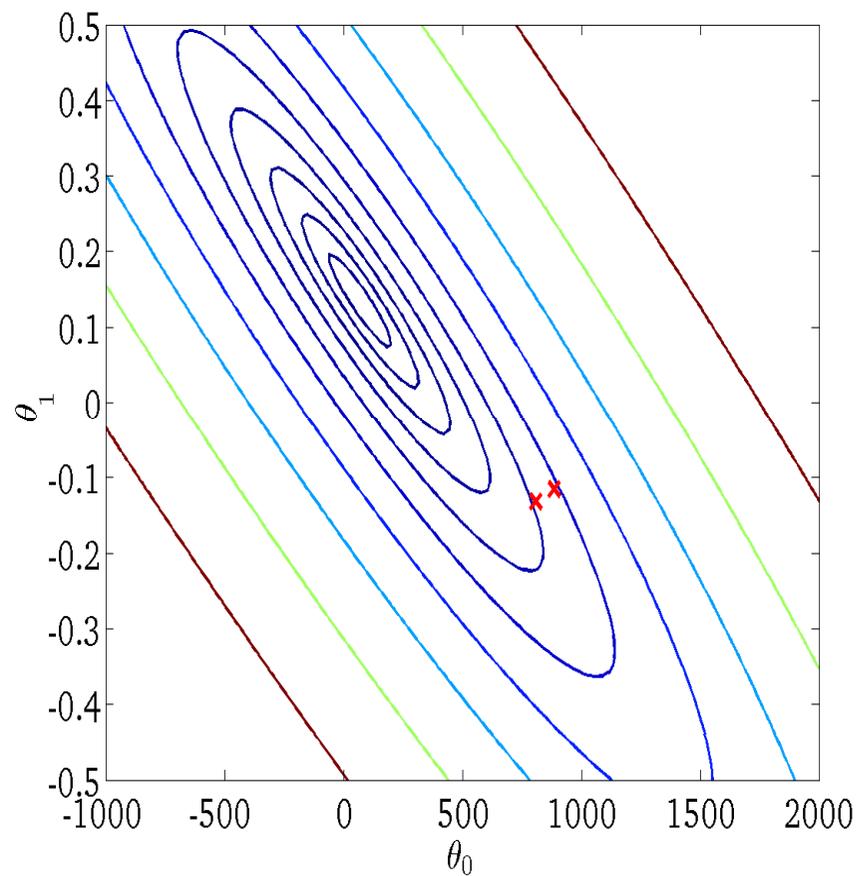
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



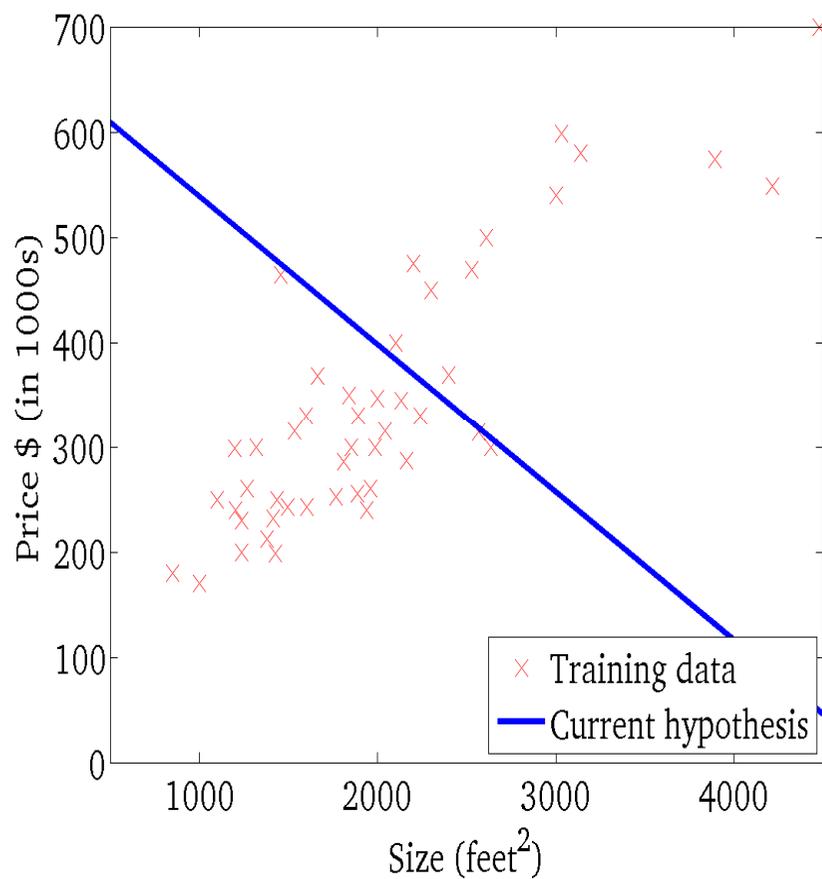
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



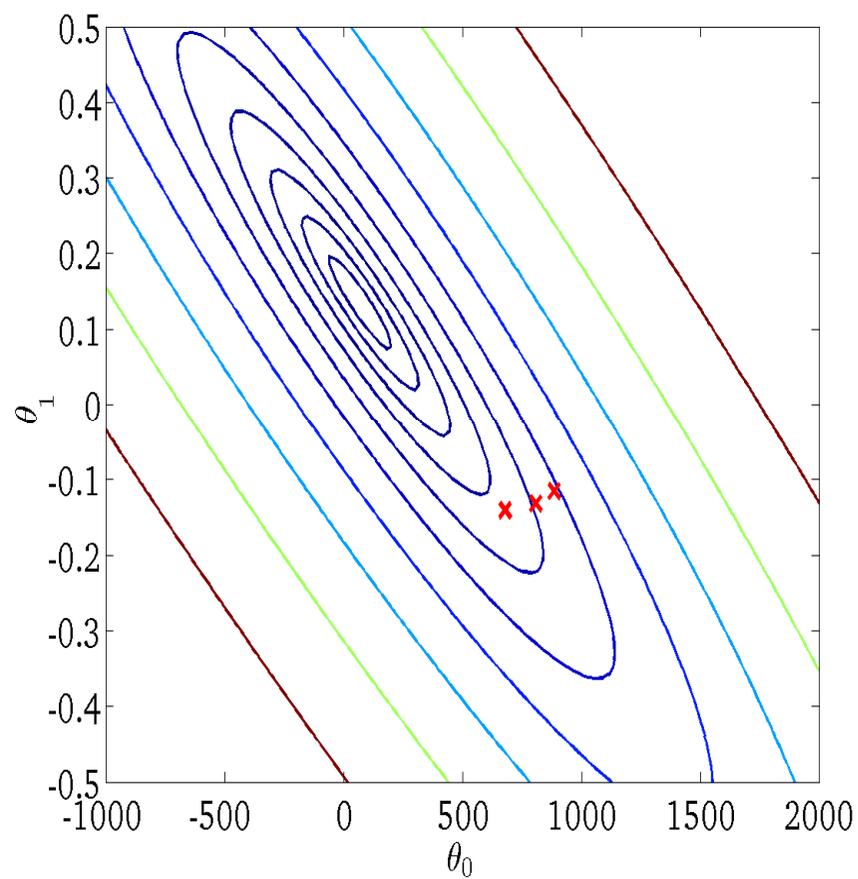
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



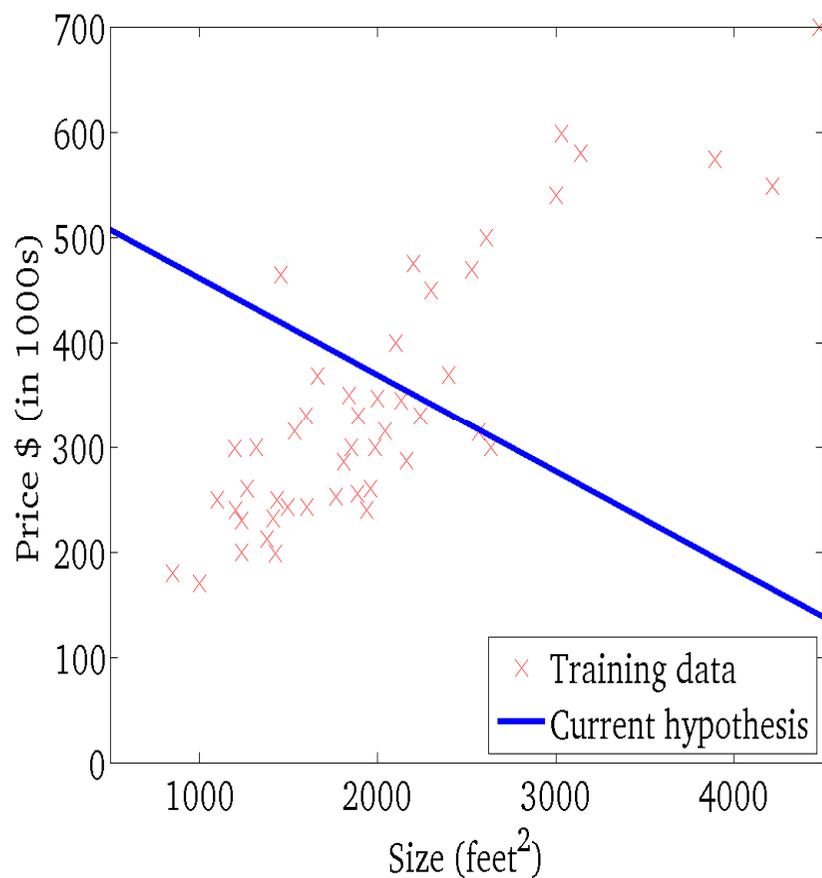
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



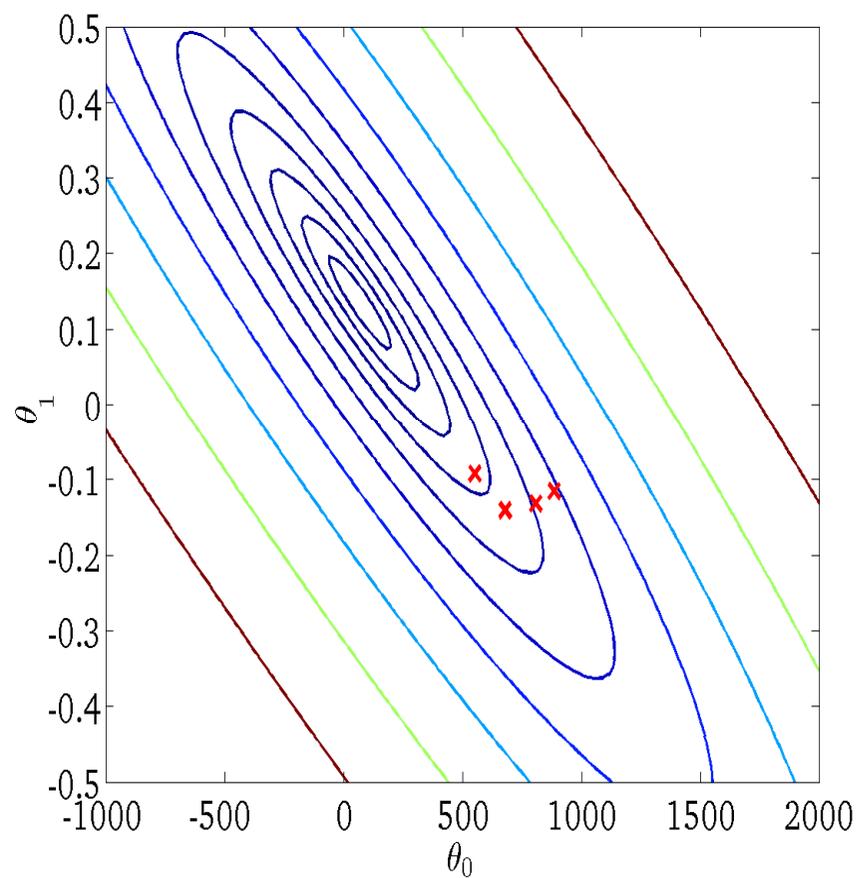
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



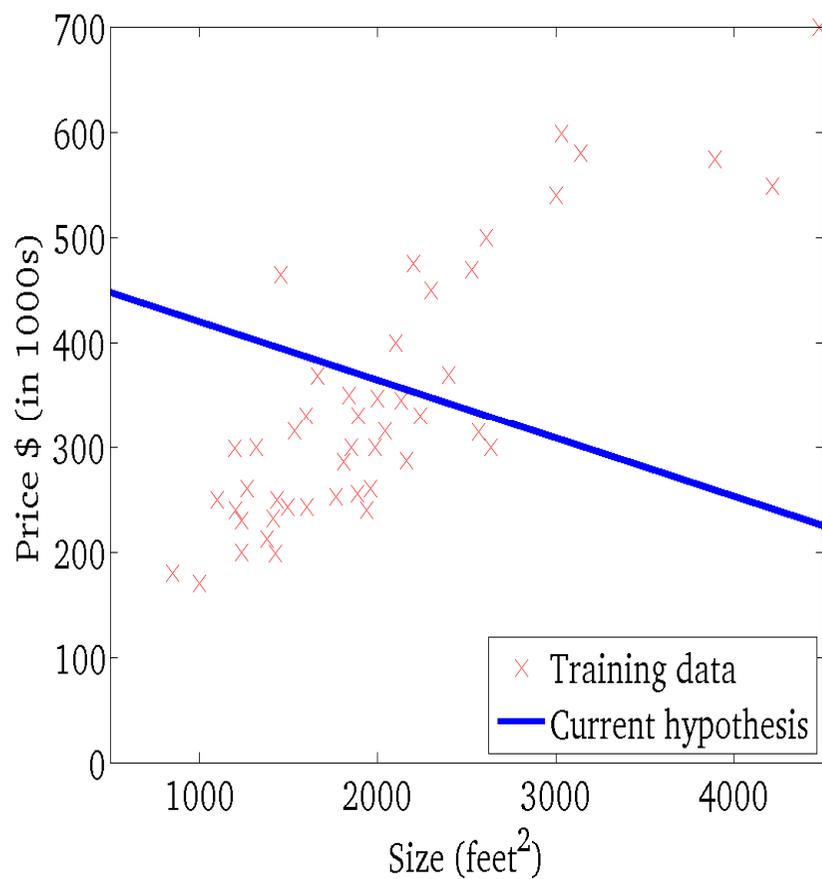
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



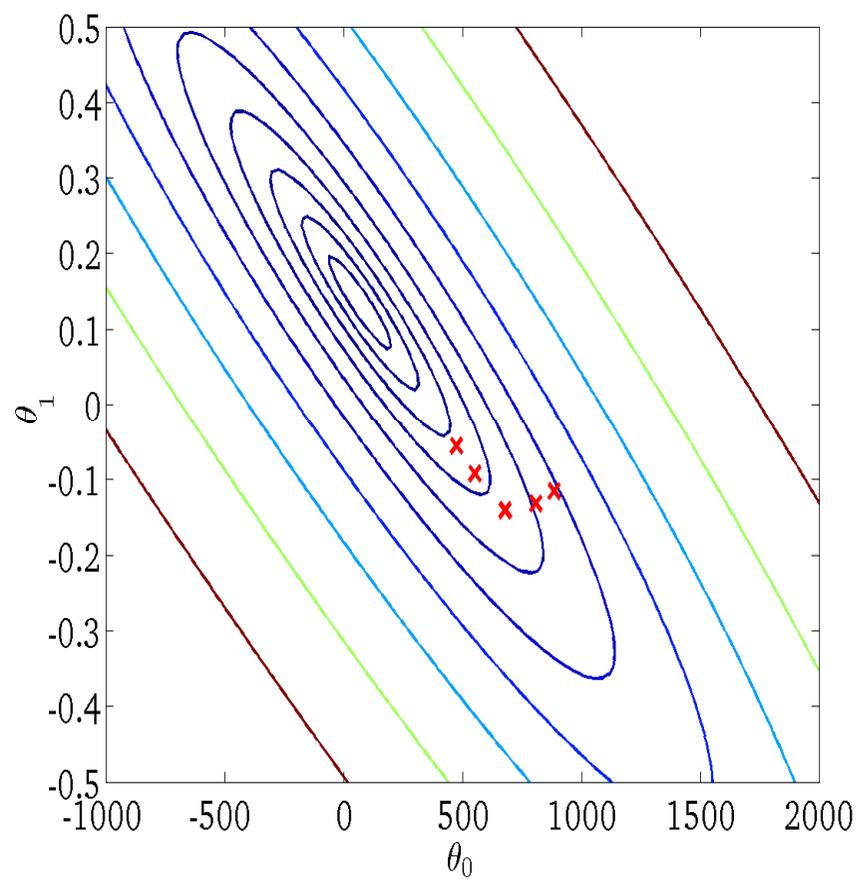
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



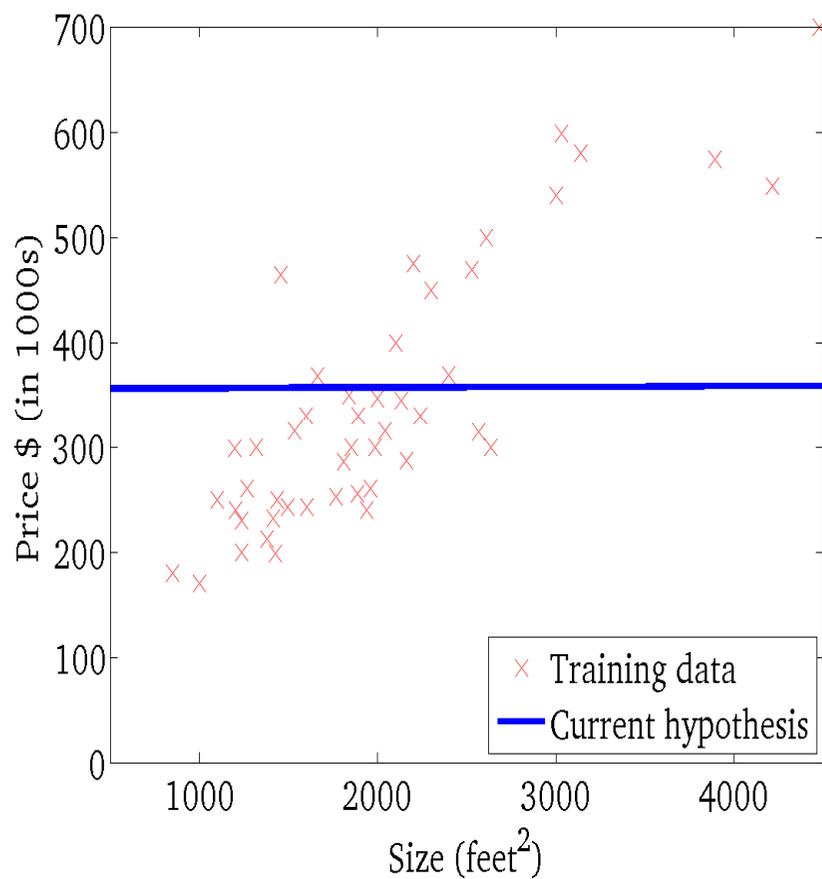
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



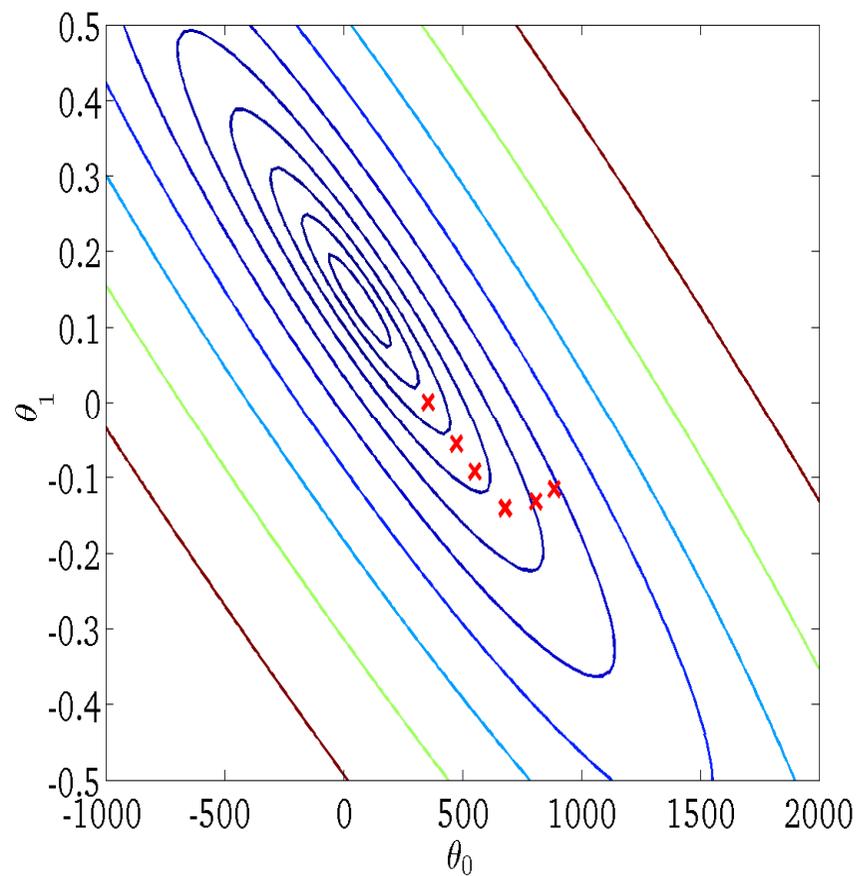
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



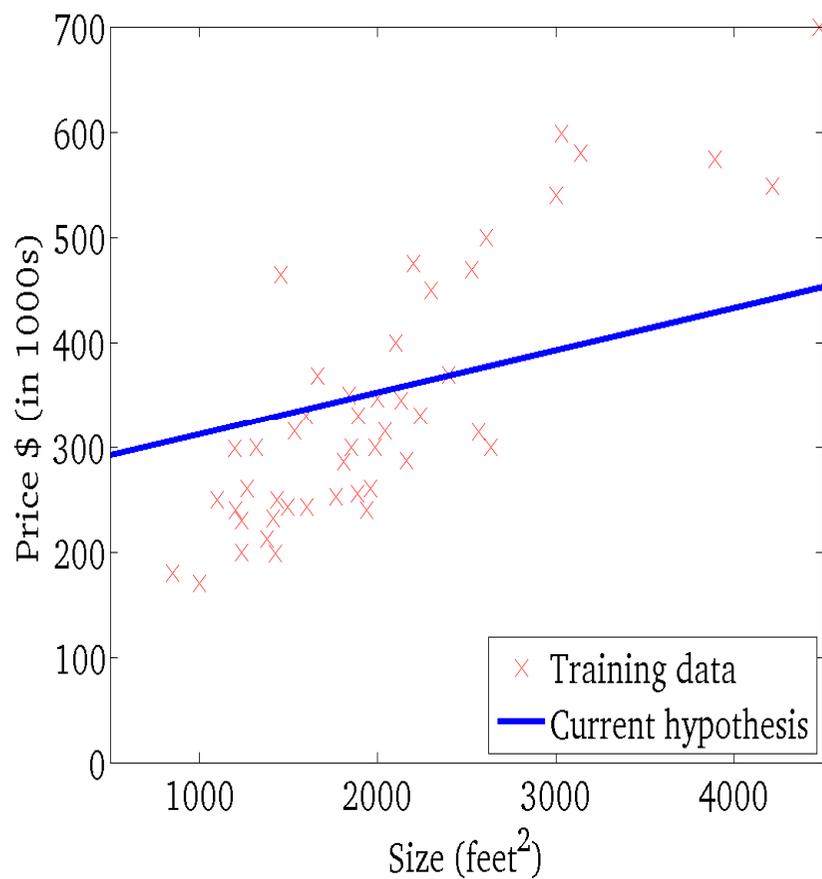
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



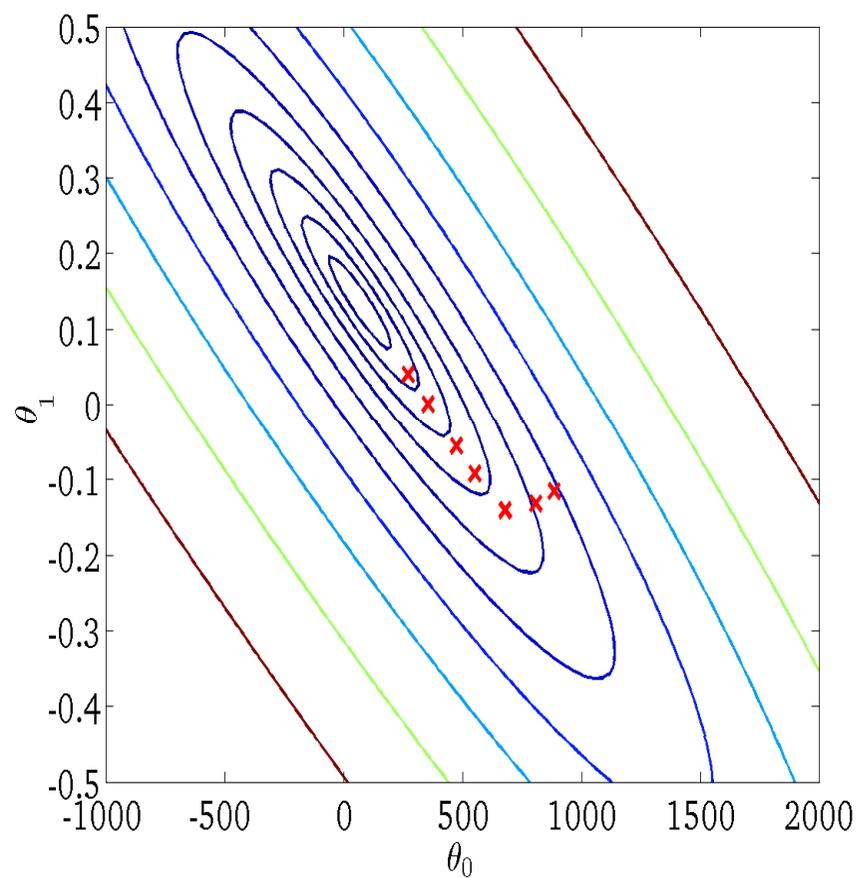
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



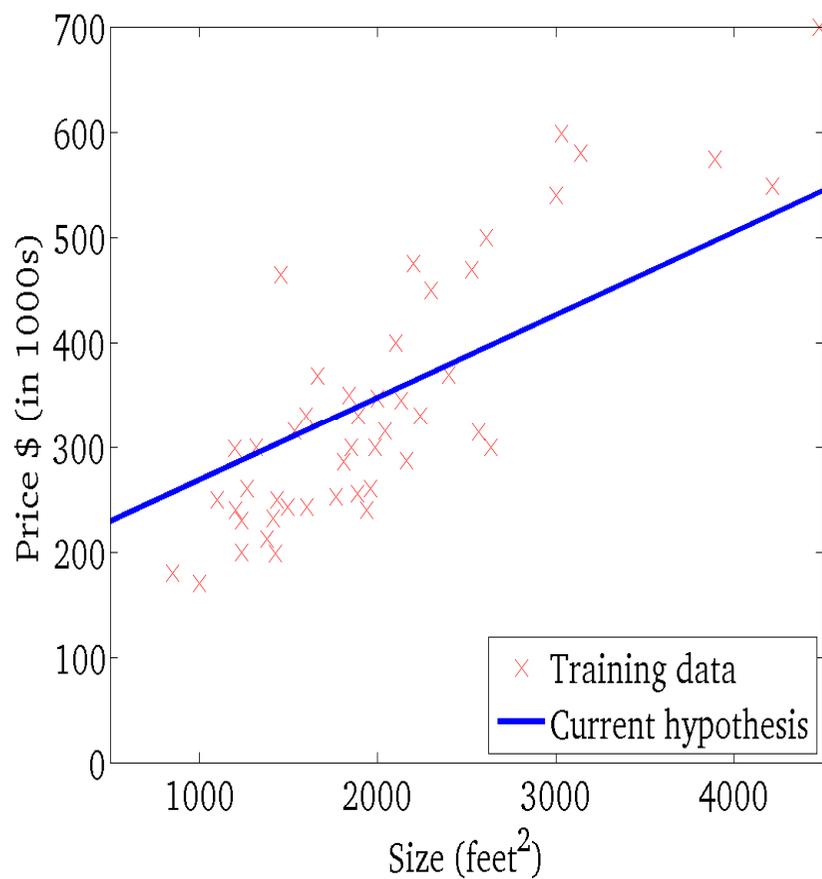
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



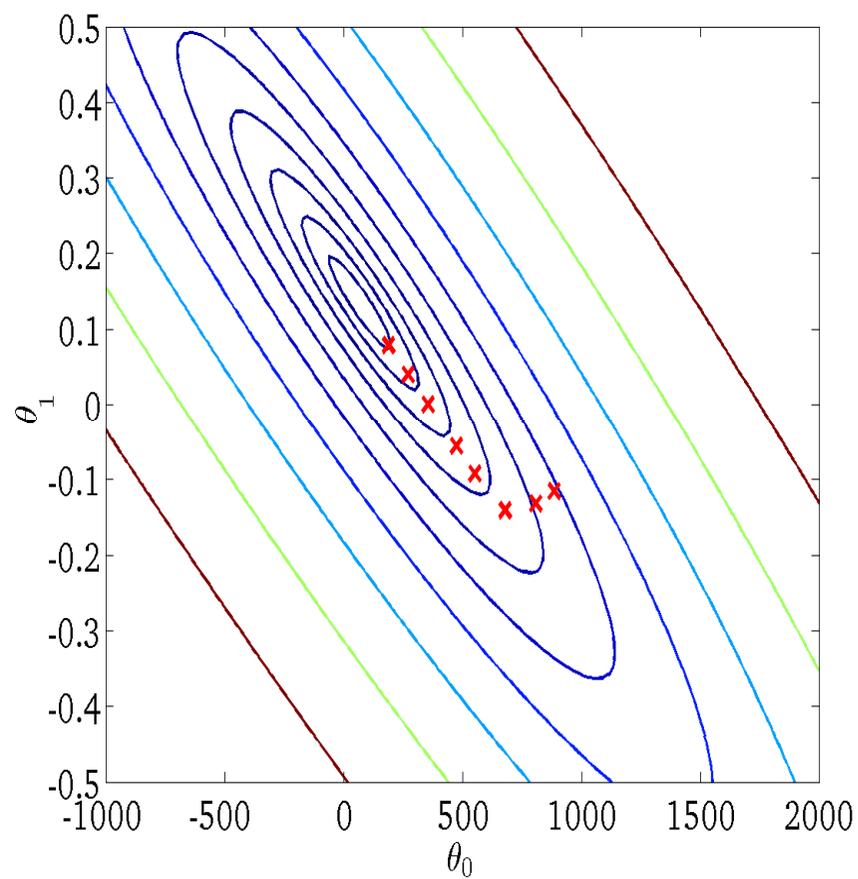
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



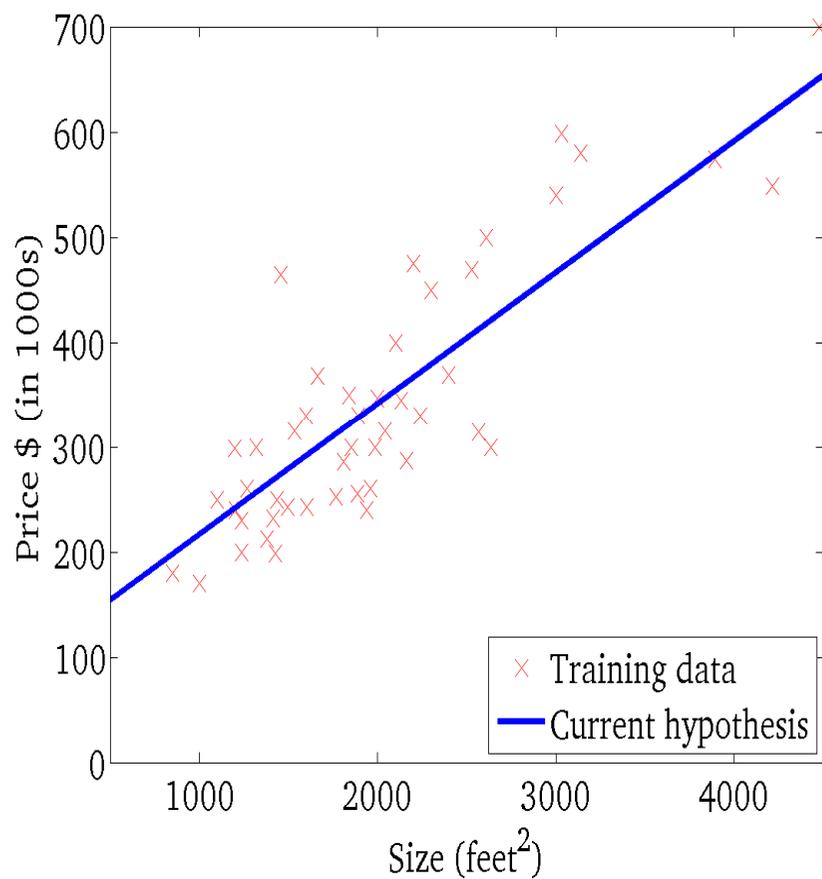
$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



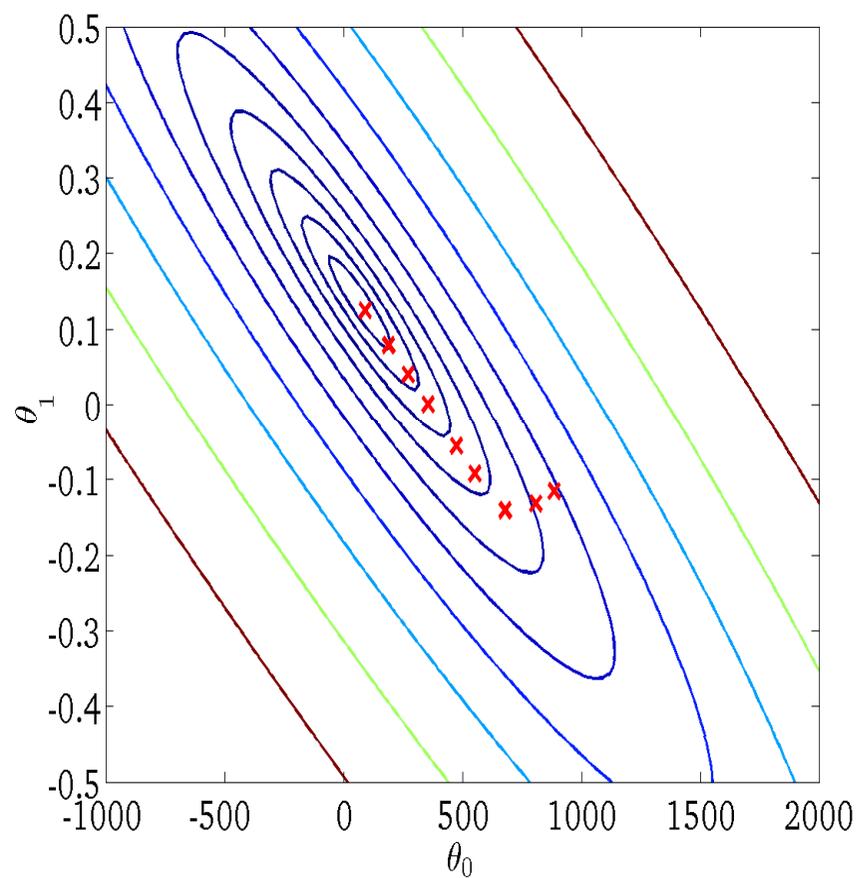
$$h_{\theta}(x)$$

固定  $\theta_0, \theta_1$ , 模型假设是  $x$  的函数



$$J(\theta_0, \theta_1)$$

目标函数是关于  $\theta_0, \theta_1$  的函数



# 大纲

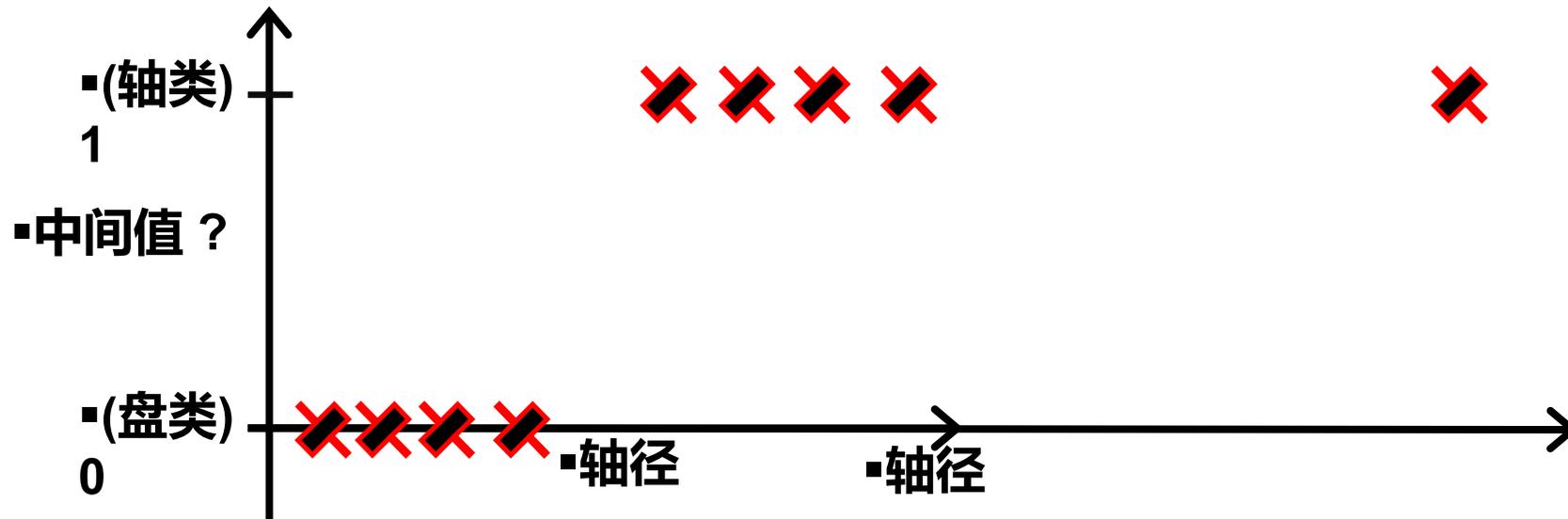
- 数据的表达
- 数据模型
- 线性回归方法
- 线性分类方法
- 扩展

## ▪分类

- 零件: 盘类 / 轴类?
- 邮件: 垃圾 / 正常?
- 肿瘤: 恶性 / 良性?
- 恐怖事件: 分级

$$y \in \{0, 1\}$$

- 0: 类别0(例如: 盘类 零件)
- 1: 类别1 (例如: 轴类零件)



▪分类阈值 0.5:  $h_{\theta}(x)$

▪如果  $h_{\theta}(x) \geq 0.5$  , 预测 “y = 1”

▪如果  $h_{\theta}(x) < 0.5$  , 预测 “y = 0”

▪ **分类:**  $y = 0$  or  $1$

$h_{\theta}(x)$  ▪ **可以  $> 1$  或  $< 0$**

▪ **Logistic 回归:**  $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$

- **Logistic 回归模型**

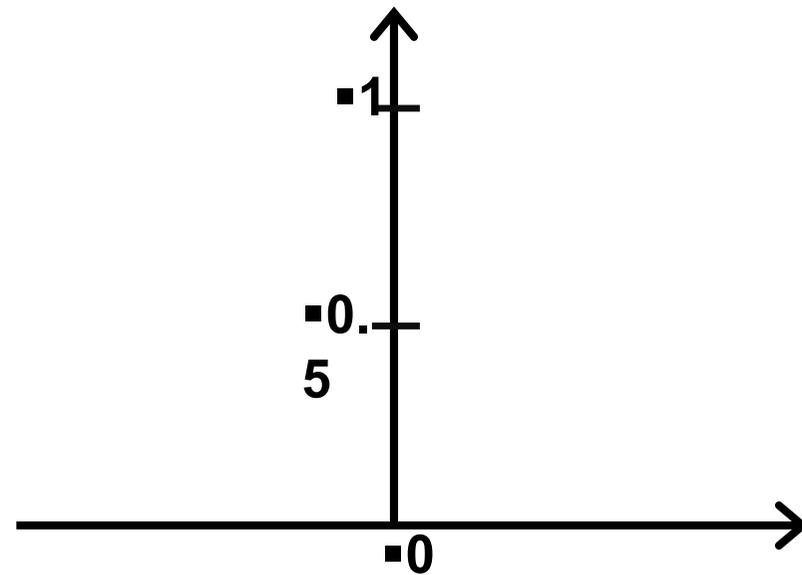
- **希望**  $0 \leq h_{\theta}(x) \leq 1$

$$h_{\theta}(x) = g(\theta^T x)$$

$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

- **S型函数**

- **Logistic 函数**



- **模型假设输出的含义**

- **输出**

$h_{\theta}(x)$  = 估算输入为  $x$ , 输出  $y = 1$  的概率

- **例子: 如果**  $x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{轴径} \end{bmatrix}$

$$h_{\theta}(x) = 0.7$$

- **告诉我们, 此零件有70% 机会是轴类零件**

- **确定参数  $\theta$  “给定  $x$ ,  $y = 1$  的概率为70% ”**

$$P(y = 0|x; \theta) + P(y = 1|x; \theta) = 1$$

$$P(y = 0|x; \theta) = 1 - P(y = 1|x; \theta)$$

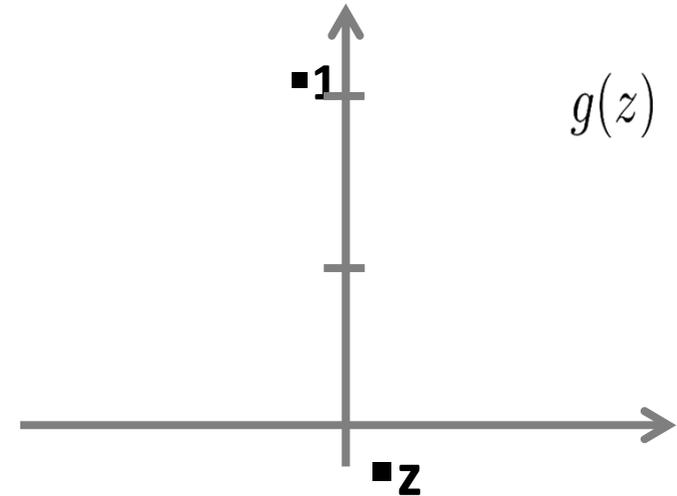
- Logistic 回归

$$h_{\theta}(x) = g(\theta^T x)$$

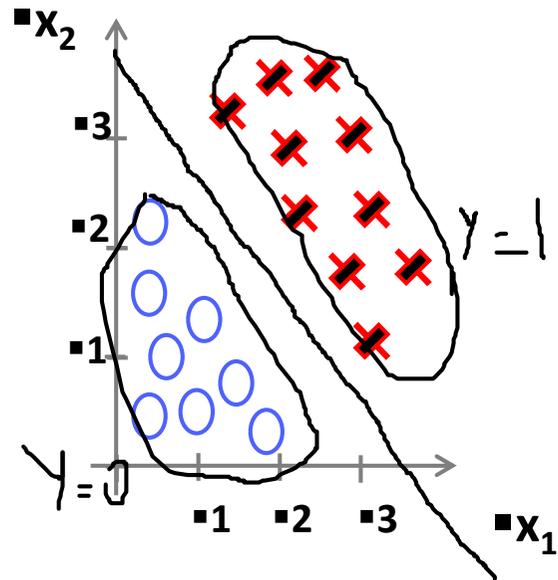
$$g(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

- 假设预测“ $y = 1$ ” 如果  $h_{\theta}(x) \geq 0.5$

- 预测“ $y = 0$ ” 如果  $h_{\theta}(x) < 0.5$



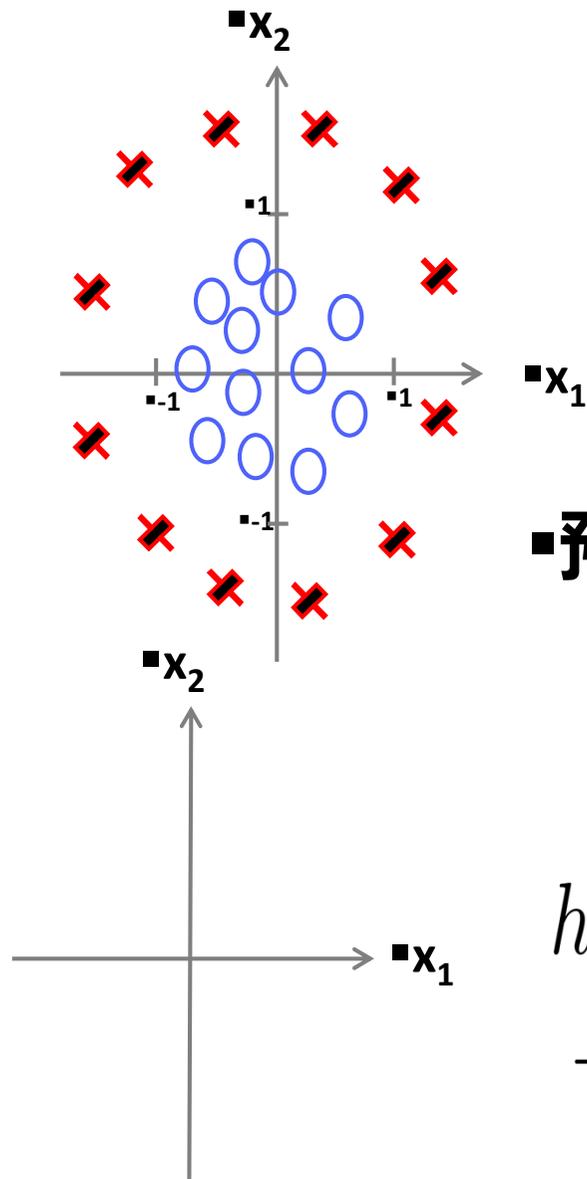
## ▪决策边界 (Decision Boundary)



$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2)$$

▪预测 “ $y = 1$ ” 如果  $-3 + x_1 + x_2 \geq 0$   
 $x_1 + x_2 \geq 3$

## ▪非线性的决策边界



$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_1^2 + \theta_4 x_2^2)$$

▪预测“ $y = 1$ ”如果  $-1 + x_1^2 + x_2^2 \geq 0$

$$h_{\theta}(x) = g(\theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_1^2 + \theta_4 x_1^2 x_2 + \theta_5 x_1^2 x_2^2 + \theta_6 x_1^3 x_2 + \dots)$$

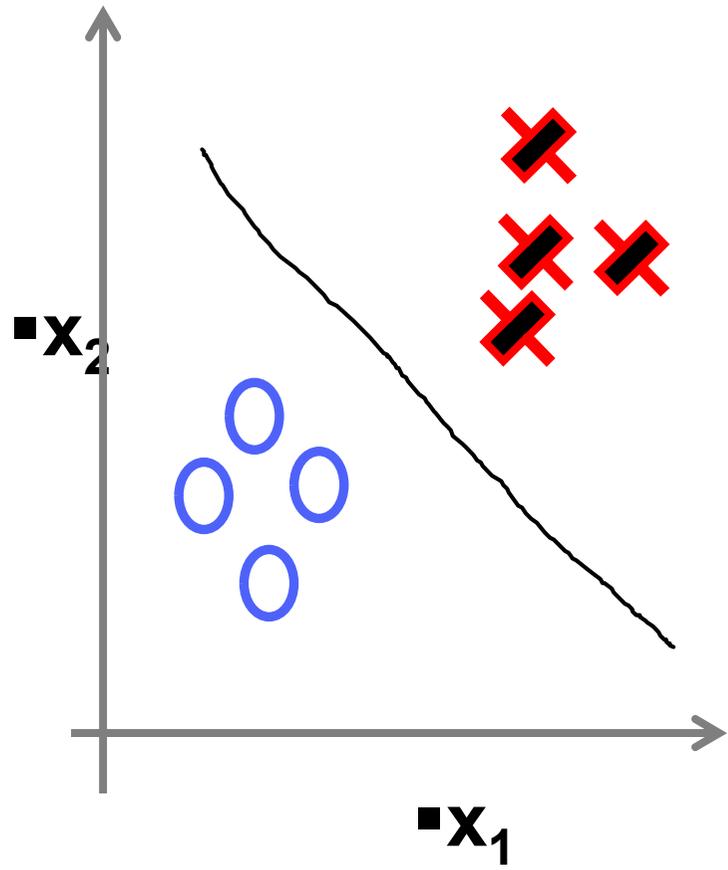
▪ **多类别问题**

▪ **Email目录/标签: 工作, 朋友, 家庭, 临时**

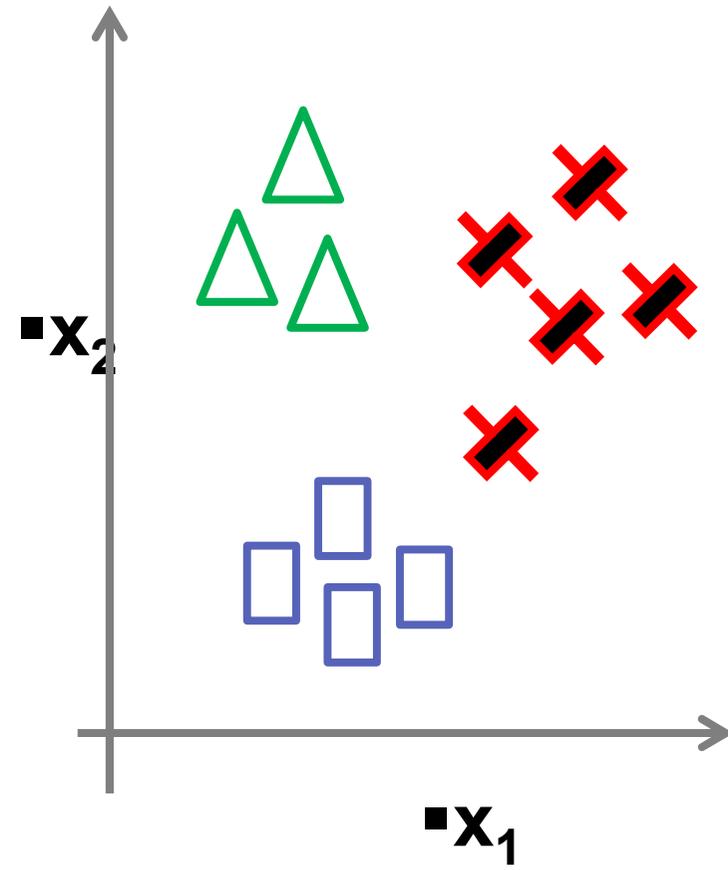
▪ **医疗诊断: 健康, 感冒, 传染病**

▪ **天气: 晴朗, 多云, 阴雨, 下雪**

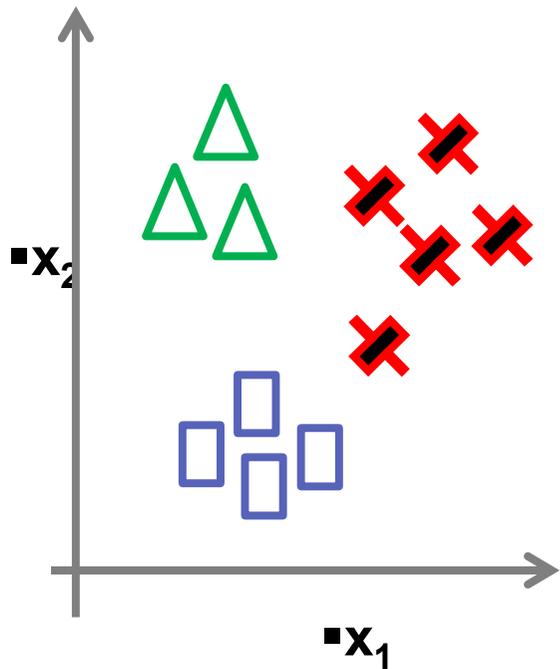
■ 2类边界:



■ 多类别:



一对多:

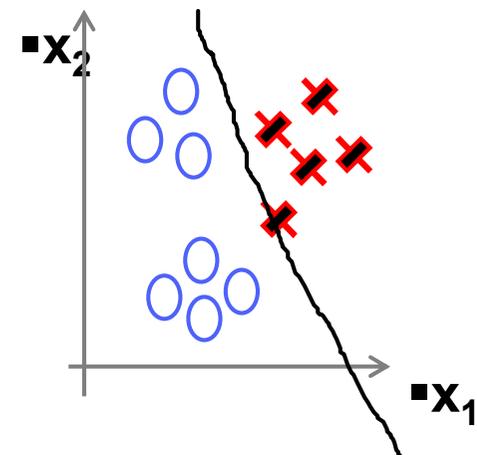
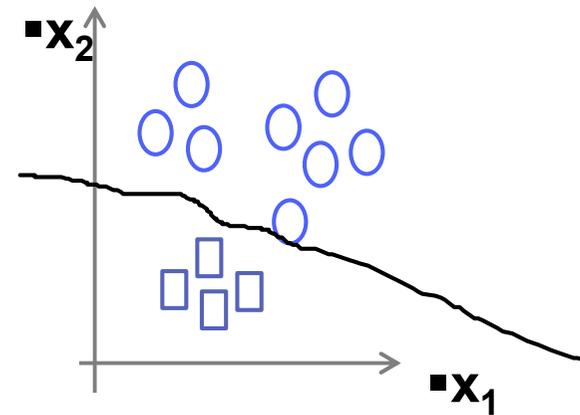
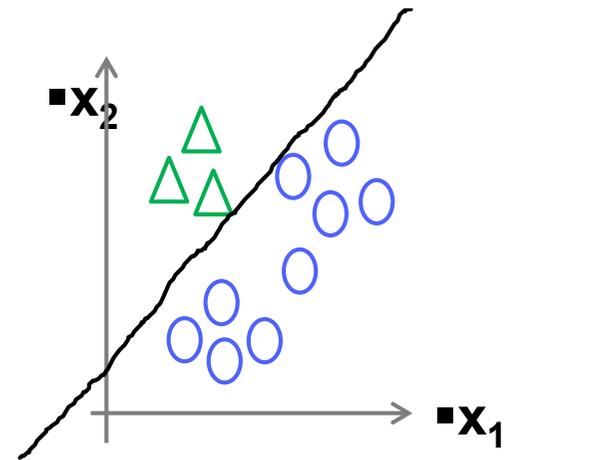


Class 1: 

Class 2: 

Class 3: 

$$h_{\theta}^{(i)}(x) = P(y = i | x; \theta) \quad (i = 1, 2, 3)$$



▪ 一对多:

▪ 对所有类别分别训练 Logistic 分类器  $h_{\theta}^{(i)}(x)$  , 分别预测  $y = i$  .

▪ 对于每一个输入  $x$  , 分别预测是否属于某个分类, 取假设输出概率最大的一个类别  $i$

$$\max_i h_{\theta}^{(i)}(x)$$

**Bagging**

# 大纲

- 数据的表达
- 数据模型
- 线性回归方法
- 线性分类方法
- 扩展

# 统计学习

统计学习方法有很多

- 神经网络/深度网络
- K近邻
- 朴素贝叶斯方法
- 决策树
- 支持向量机
- EM方法
- 隐马尔科夫模型
- 条件随机场
- Boosting
- Deep Learning
- 流形学习
- ...

# Boosting

- 学习复杂分类器的简单方法
  - Freund & Shapire, 1995
  - Friedman, Hastie, Tibshirani, 1998
  
- 容易实现，不需要外部工具支持

# Boosting

⑩ 定义:

$$F(x) = w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) + w_3 f_3(x) + \dots$$

强分类器

特征向量

权值

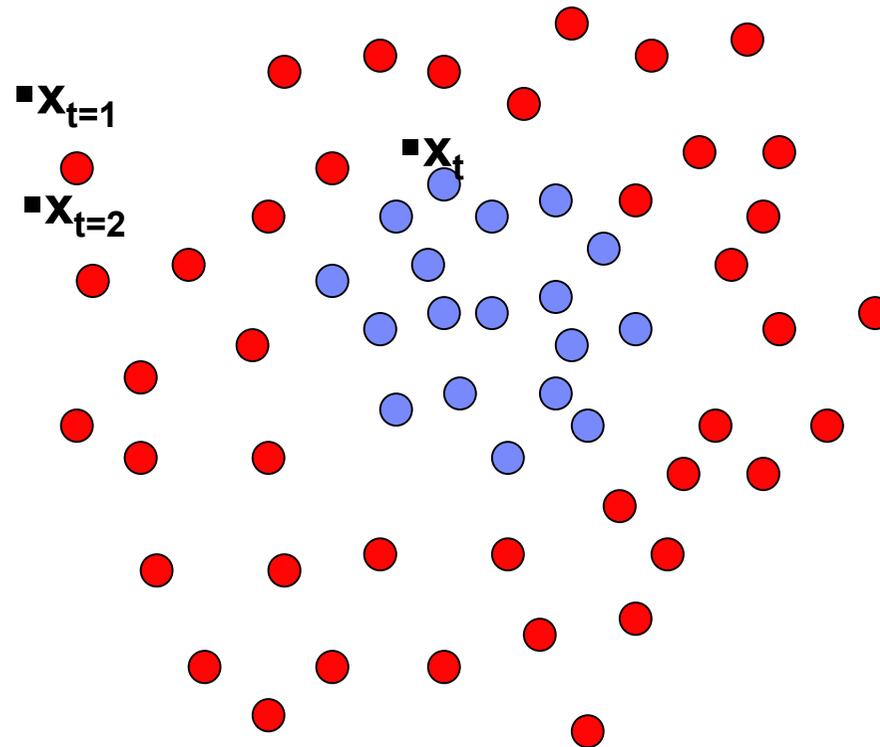
弱分类器

- 我们需要定义一组弱分类器

$$f_k(x) < \mathbf{50\%} \text{ 的错误率}$$

# Boosting

- 一个有序叠加的分类过程:



- 每个数据  $x_t$  都有一个标记  $y_{it}$ :

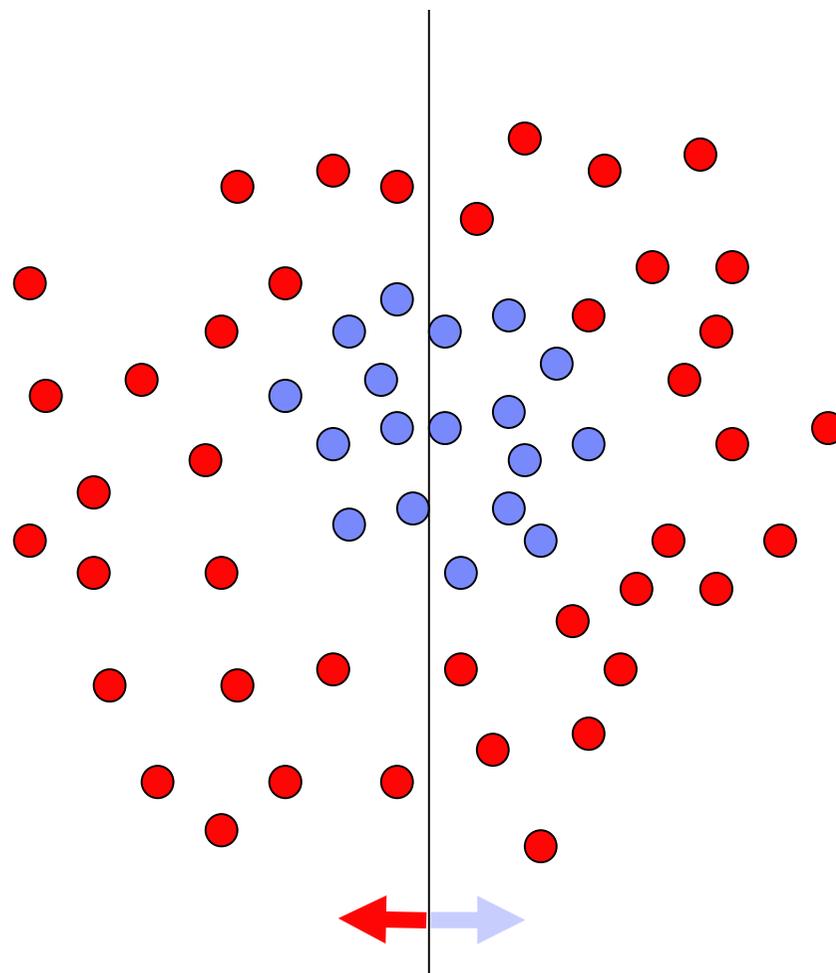
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

- 以及权值:

$$w_t = 1$$

# 一个简单例子

## 弱分类器



▪每个数据 $x_t$ 都有一个标记 $y_t$ :

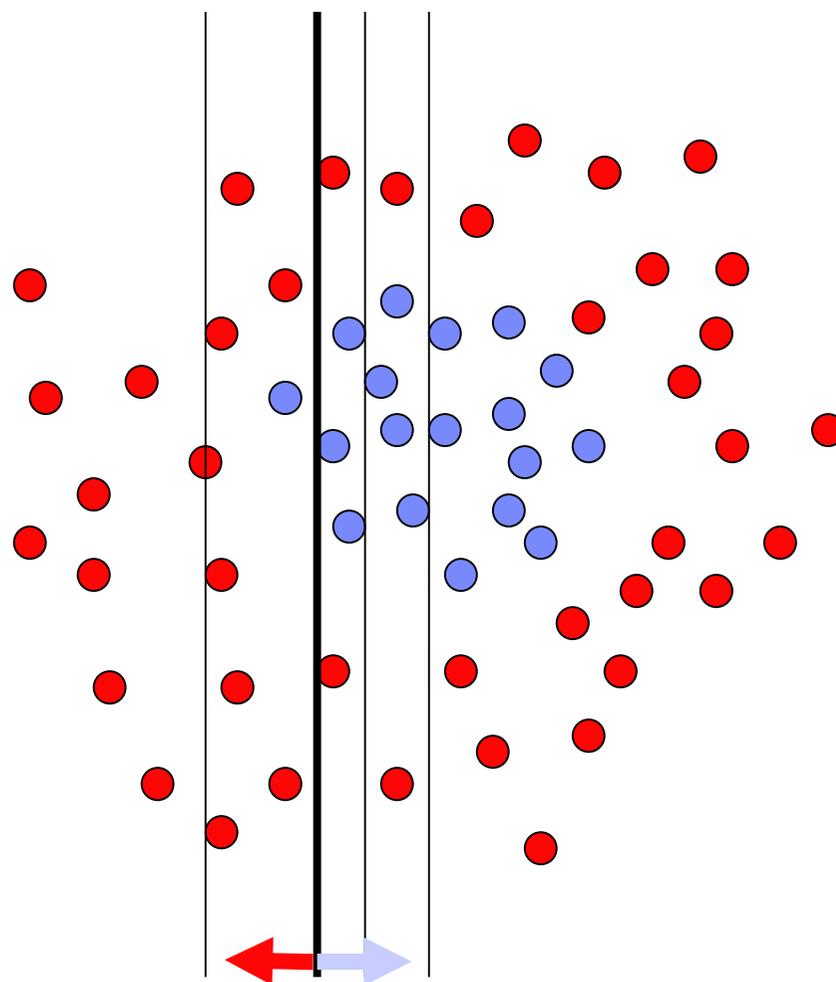
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

▪以及样本权值:

$$w_t = 1$$

▪ $h \Rightarrow p(\text{error}) = 0.5$  这是一个随机划分

# 一个简单例子



▪ 每个数据  $x_t$  都有一个标记  $y_t$  :

$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

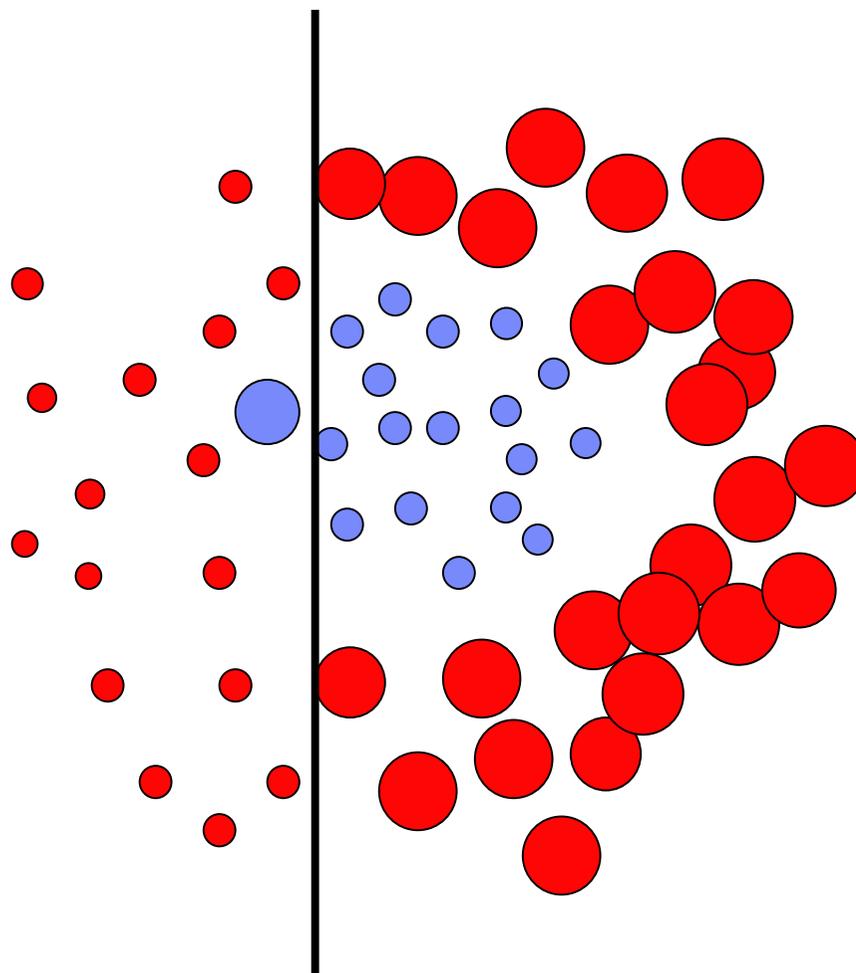
▪ 以及样本权值:

$$w_t = 1$$

▪ 黑线代表一个弱分类器

它仅仅比随机划分的性能稍好一点

# 一个简单例子



▪每个数据 $x_t$ 都有一个标记 $y_t$ :

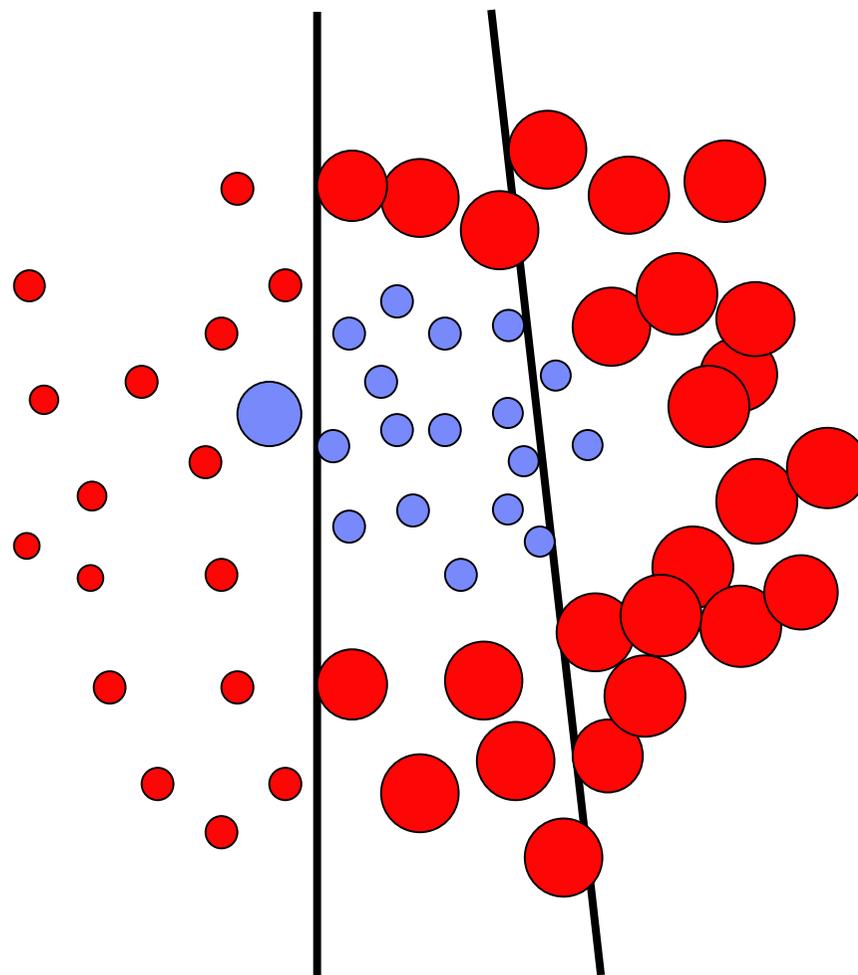
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

▪更新权值:

$$w_t \leftarrow w_t \exp\{-y_t H_t\}$$

▪针对现有分类结果，我们添加一个新的分类器

# 一个简单例子



▪ 每个数据  $x_t$  都有一个标记  $y_t$ :

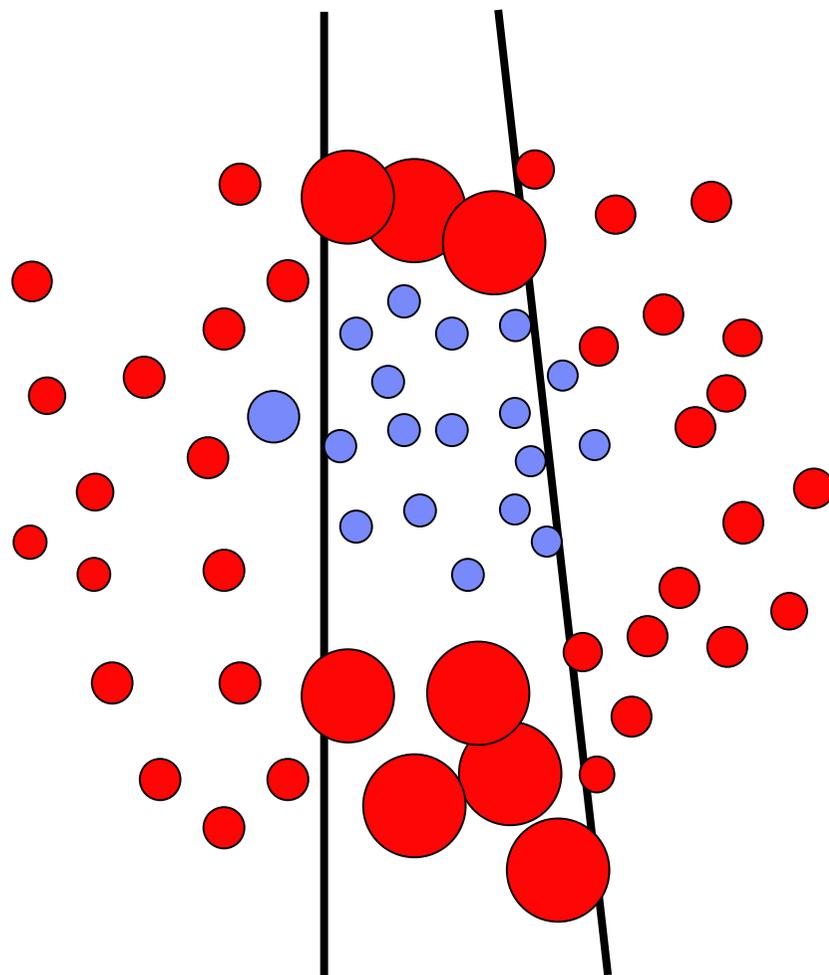
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red}) \\ -1 & (\text{blue}) \end{cases}$$

▪ 更新样本权值:

$$w_t \leftarrow w_t \exp\{-y_t H_t\}$$

▪ 再次针对已有分类结果建立一个新的分类器

# 一个简单例子



▪ 每个数据  $\mathbf{x}_t$  都有一个标记  $y_t$ :

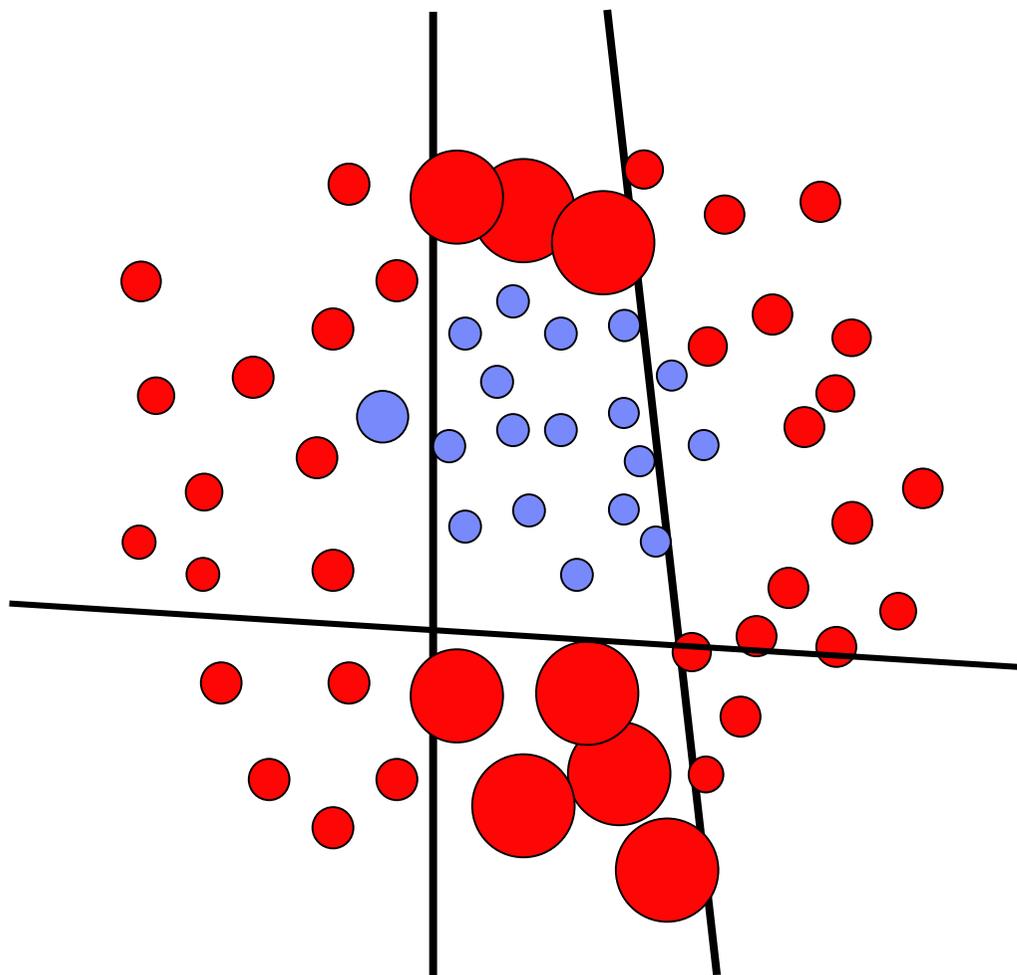
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

▪ 更新样本权值:

$$w_t \leftarrow w_t \exp\{-y_t H_t\}$$

▪ 再次重新标记

# 一个简单例子



▪ 每个数据  $x_t$  都有一个标记  $y_t$ :

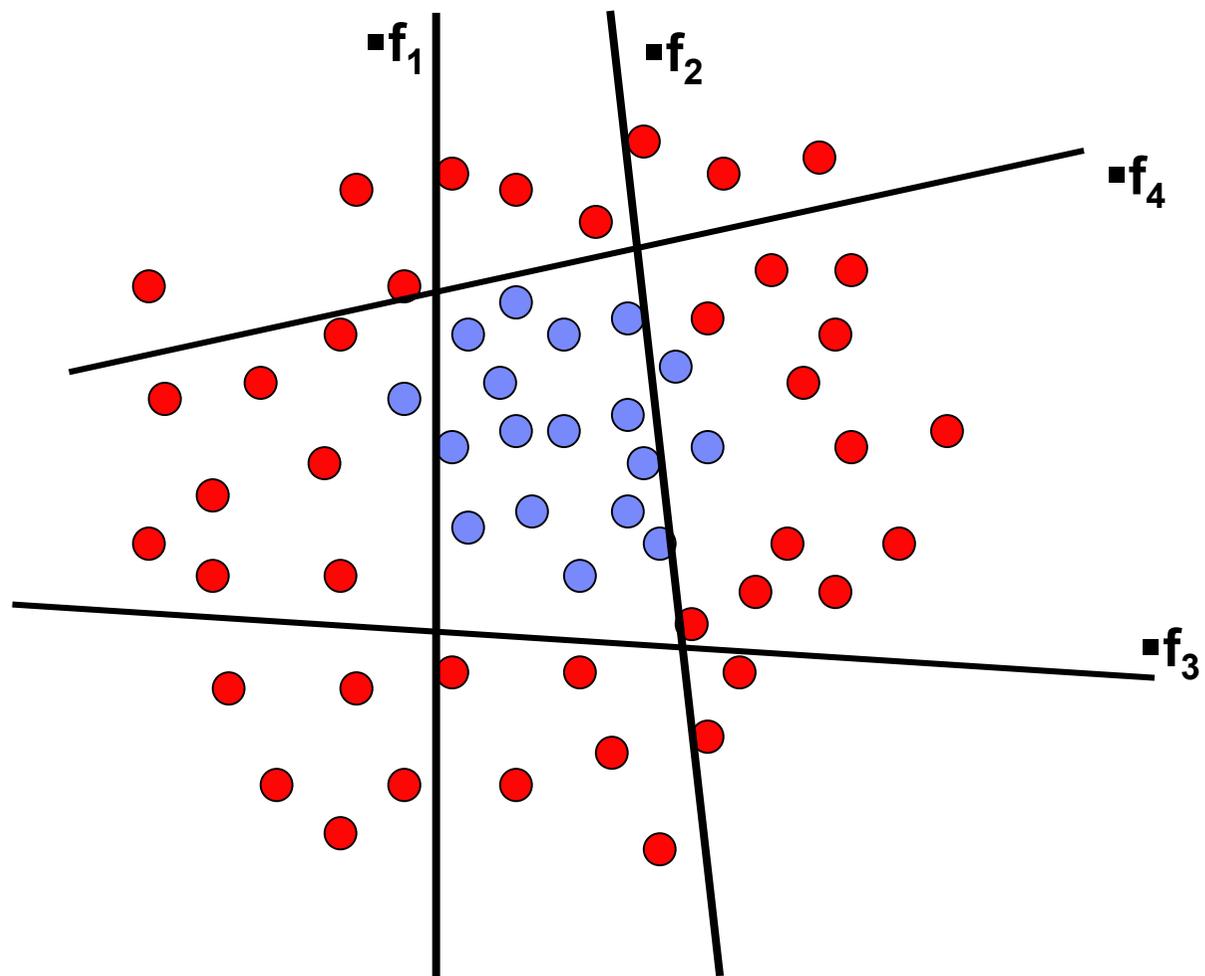
$$y_t = \begin{cases} +1 & (\text{red circle}) \\ -1 & (\text{blue circle}) \end{cases}$$

▪ 更新权值:

$$w_t \leftarrow w_t \exp\{-y_t H_t\}$$

▪ 建立新的弱分类器

# 一个简单例子



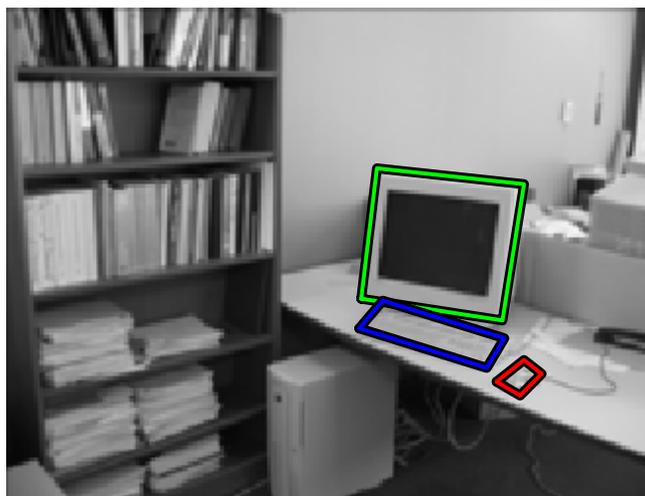
■通过弱分类器(线性)的叠加建立强分类器 (非线性)

# Boosting

- 不同的目标函数和最小化算法将得到不同性质的Boosting分类器
- 稳定性好，适用于工业领域

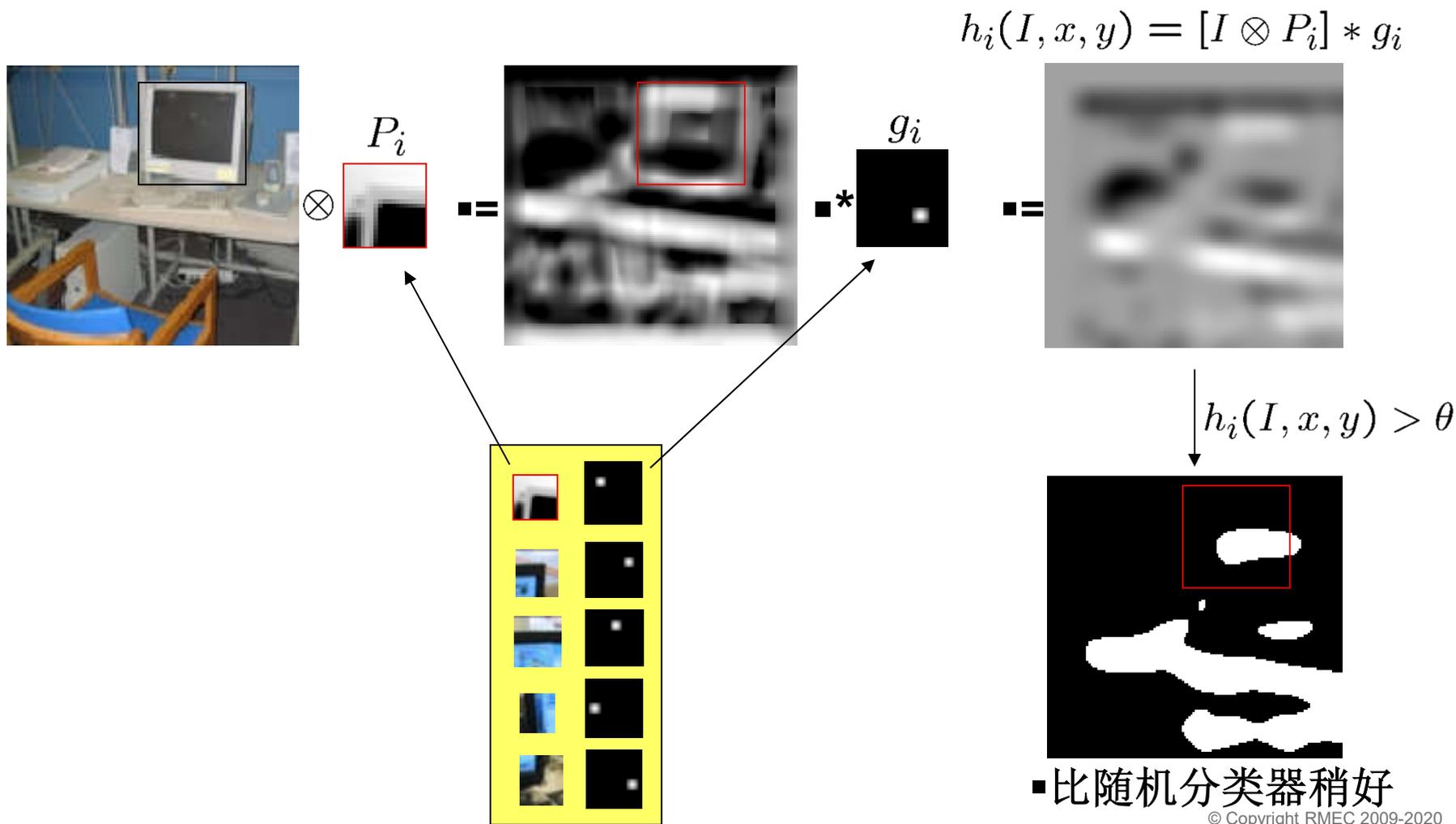
## 应用实例

- 目标识别：识别图像中的目标物体
- **Vidal-Naquet, Ullman (2003)**



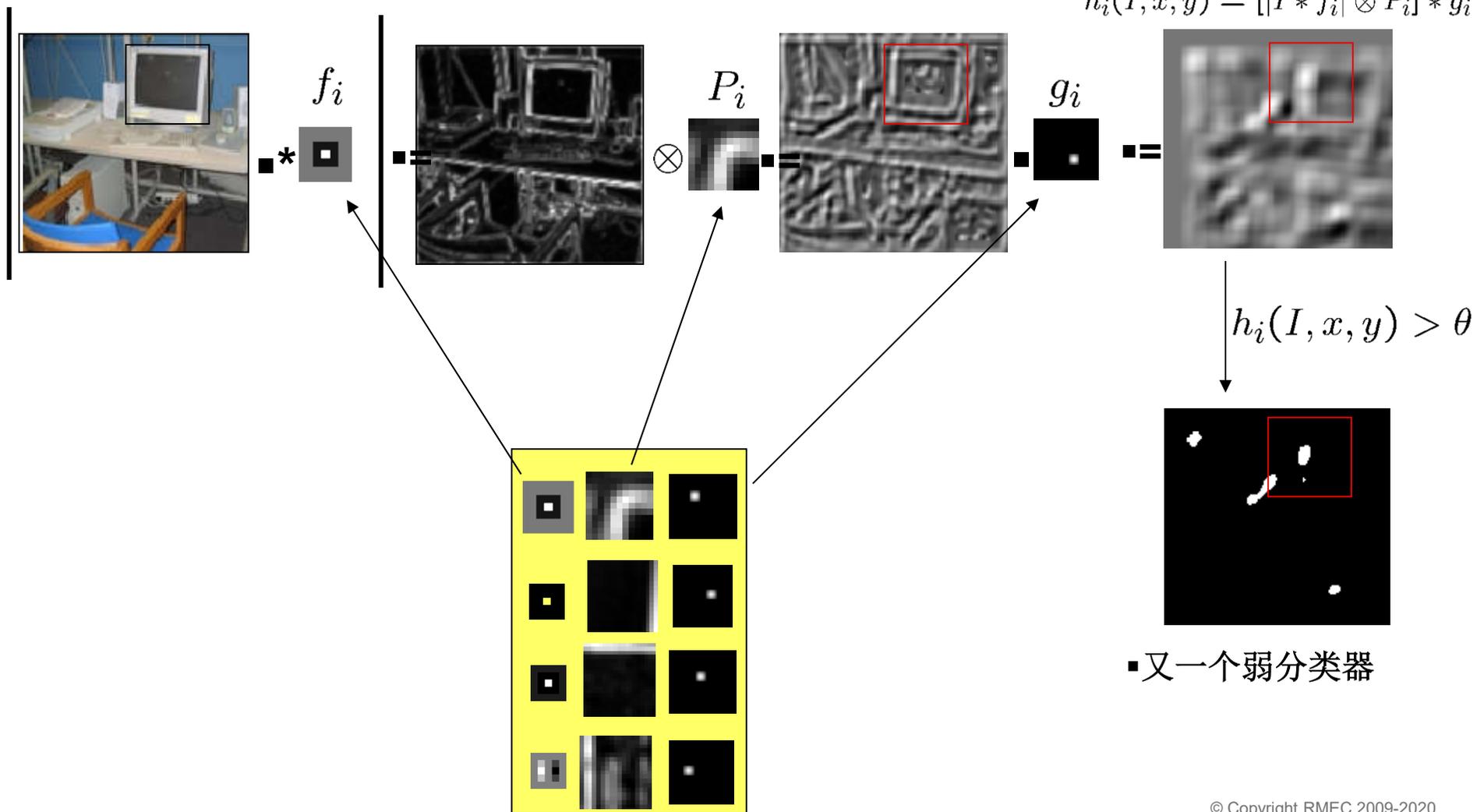
# 弱分类器

- 针对显示器，弱分类器可定义为：



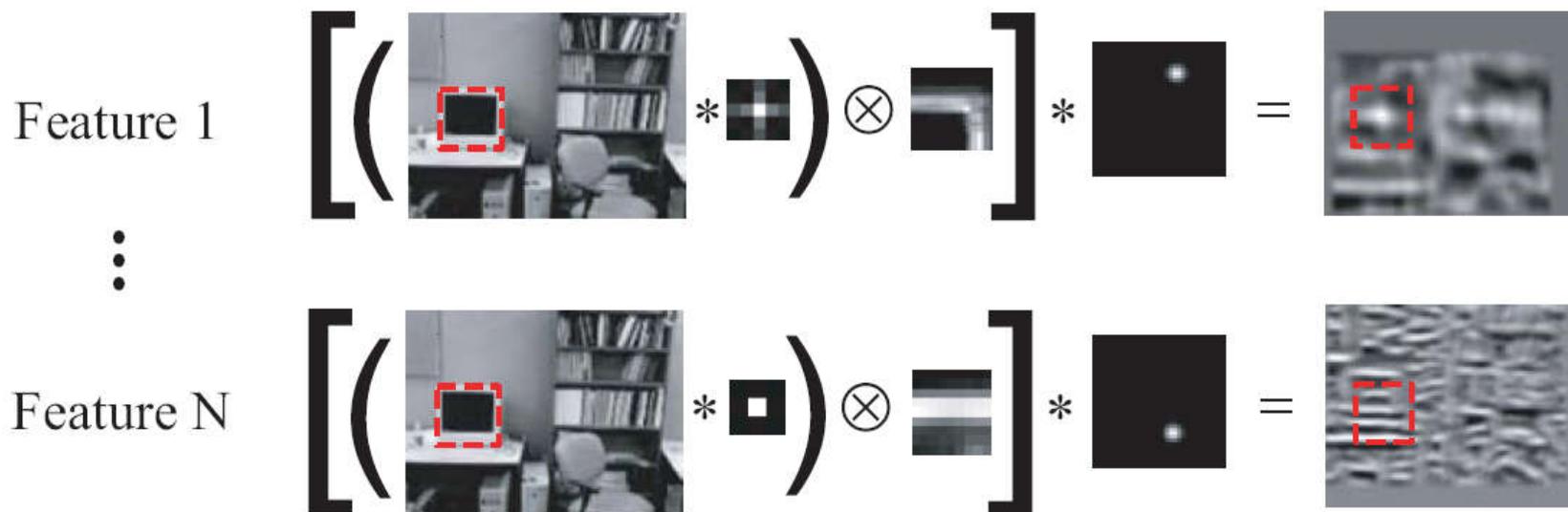
# 弱分类器

- 使用不同模板，再建立一个特征

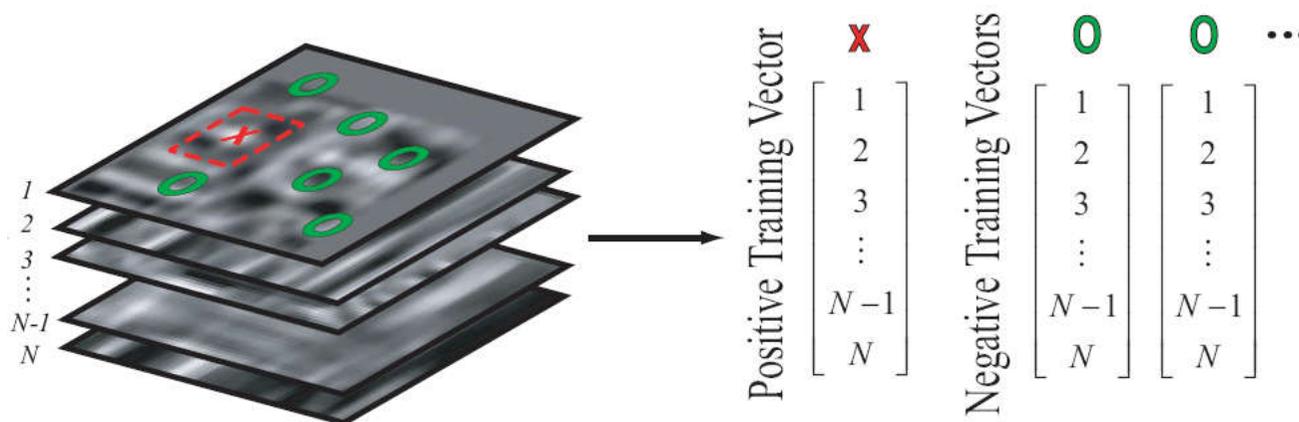


# 训练

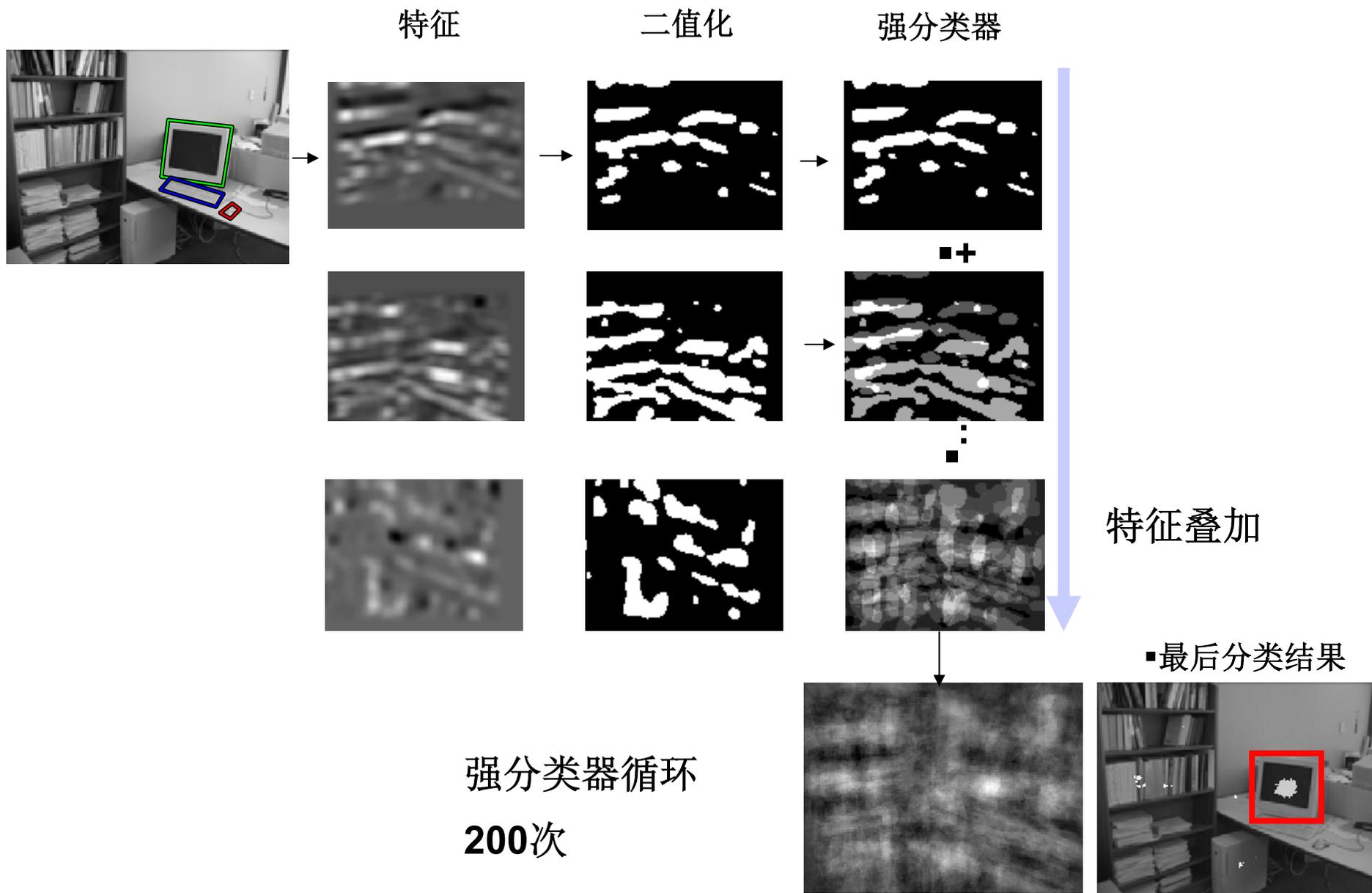
- 我们首先在图像集合上评估  $N$  个特征。



- 接着, 在目标物体和背景上分别采样, 作为不同的分类



# 应用实例



# 总结

我们已经熟悉基本的统计学习方法

- 如何确定模型
- 根据数据选择策略
- 选择和使用算法

# 总结

## 进一步学习

- 《统计学习方法》 李航著
- 《机器学习》 周志华著

# 作业

我们已经熟悉基本的统计学习方法

- 给定一组有意义的数据
- 建立回归模型
- 给出计算过程

所有数据和代码  
在课程网站下载

